

交易咨询资格号：
证监许可[2012]112

金融工程
专题报告

2024 年 1 月 29 日

分析师

时翔宇
金融工程分析师
期货从业资格：F03104321
交易咨询从业证书：Z0019649
联系人：杨旸
期货从业资格：F03096114
联系人：杜思嘉
期货从业资格：F03103175
联系人：李开来
期货从业资格：F03124866
联系电话：021-61625026
E-mail：ztqh_sh@163.com
客服电话：400-618-6767
公司网址：
<http://www.ztqh.com/>

中泰微投研小程序



中泰期货公众号



报告概述

- 采用风险平价模型构建的大类资产配置组合往往拥有“低波动高夏普”的特征。作为一种基于风险的大类资产配置方法，其对风险的度量是否合理是能否取得较好结果的关键。在一般情况下，波动率作为收益率的标准差可作为投资的风险衡量指标，但随着对于风险的研究逐步深入，更多有特点的风险衡量指标渐渐被提出，其中下行偏差、超额波动率、在险价值等指标是最为常用的。结合构建风险平价模型的思路可知，在参数法下计算的“VaR 值平价”与普通“波动率平价”结论具有一致性，而超额波动率则需要选取合理的业绩比较基准。下行偏差作为一种描述投资标的下行风险的指标，对大多数投资者来说，用来衡量投资风险更为客观。
- 本报告借鉴 Ronghua Luo, Haohan Wang, Weiyi Liu(2022)在《Downside Risk-Parity Portfolio》中构建基于下行偏差风险平价模型的思路，选取股票、商品、债券三大类资产构建投资组合进行回测，区间为 2014 年 2 月 28 日至 2024 年 1 月 19 日。结果显示，采用基于下行偏差风险平价模型构建的投资组合相比普通风险平价模型在收益率、夏普比率上有明显的优势。
- 风险提示：基于历史数据研究总结的相关规律未来可能存在失效的风险。

基于下行偏差风险平价模型的大类资产配置研究

——量化技术系列研究之四

一、下行偏差的定义

- 自从上世纪马科维茨提出著名的均值方差模型以来，波动率（投资收益率的标准差）成为了衡量投资风险的重要指标，但随着时间的推移，其缺点也慢慢显现出来。其中最被诟病的一点为，在计算波动率时，对于偏离平均收益水平的处理方式是一致的（无论高于平均收益水平还是低于平均收益水平），但对于大多数投资者而言，只有低于平均收益水平的波动才需要进行管理。通过只关注下行风险，下行偏差较好地解决了这个问题。下行偏差的表达式如下所示。

$$\text{Downside Deviation} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T [(r_i - \text{MAR}) \cdot I]^2}$$

$$I = \begin{cases} 1 & r_i < \text{MAR} \\ 0 & r_i \geq \text{MAR} \end{cases}$$

- 其中，T 表示收益率的期数，MAR（minimum acceptable return）表示投资者所能接受的最低收益率，如无特别说明，本报告选取 **MAR=0%**。I 则是一个判断函数，若某一期的收益率大于或等于 MAR，则 I=0，若某一期的收益率小于 MAR，则 I=1。
- 从下行偏差的计算公式中可以看出，与普通的波动率相比，其主要的差别为在计算收益率偏离平均收益水平（或所能接受的最低收益水平）时加入了判断函数 I。下行偏差只会将低于 MAR 的单期收益率波动情况计算在内，该指标的大小相比波动率更能表现投资损失的不确定性。

二、基于下行偏差风险平价模型的构建

- 与基于波动率风险平价模型类似，构建基于下行偏差风险平价模型的思路是将组合总体的下行偏差进行分解，最终使得组合中的每一类资产对于投资组合的下行偏差贡献相等，具体构建步骤如下：

1. 计算投资组合的下行偏差

- 根据本报告上一部分，投资组合的下行偏差计算公式如下：

$$DD_p = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{pt}^2 \cdot I_{pt})}$$

$$I_{pt} = \begin{cases} 1 & r_{pt} < 0 \\ 0 & r_{pt} \geq 0 \end{cases}$$

- 其中， DD_p 为投资组合的下行偏差，T 表示收益率的期数， r_{pt} 表示投资组合在第 t 期的收益率。

2. 计算每一类资产的 MCTR（Marginal Contribution to Total Risk）

- 对于投资组合中的某一类资产，其对于投资组合下行偏差的贡献可以通过投资组合下行偏差对该类资产的权重求偏导数得到，具体表达式如下。

$$MCTR_i = \frac{\partial DD_p}{\partial \omega_i} = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{DD_p} \sum_{t=1}^T (r_{pt} \cdot r_{it} \cdot I_{pt})$$

$$I_{pt} = \begin{cases} 1 & r_{pt} < 0 \\ 0 & r_{pt} \geq 0 \end{cases}$$

- 其中， ω_i 为第*i*类资产的投资权重， r_{pt} 和 r_{it} 分别表示投资组合和第*i*类资产的第*t*期收益率。具体推导过程可参考本报告附录。

3. 计算每一类资产的 ACTR (Absolute Contribution to Total Risk)

- 根据上一步可得到某一类资产增加一个单位的权重对投资组合下行偏差的边际贡献。通过将该类资产的权重与 MCTR 相乘可得到此类资产对于投资组合下行偏差的总贡献，具体计算公式如下：

$$ACTR_i = \omega_i \cdot \frac{\partial DD_p}{\partial \omega_i} = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{DD_p} \sum_{t=1}^T (r_{pt} \cdot r_{it} \cdot I_{pt} \cdot \omega_i)$$

$$I_{pt} = \begin{cases} 1 & r_{pt} < 0 \\ 0 & r_{pt} \geq 0 \end{cases}$$

- 关于上式的具体推导过程可参考本报告附录。

4. 根据风险平价的定义求解资产配置权重

- 从风险平价的定义出发，基于下行偏差风险平价模型的目标是使得在投资组合中，每一类资产对于投资组合下行偏差的贡献均等，即可以等价于在一定的限制条件下求解如下最优化问题。

$$\begin{aligned} & \min_{\omega_i, i=1,2,\dots,N} \sum_{i \neq j} (ACTR_i - ACTR_j)^2 \\ & s.t. \quad \sum_{i=1}^N \omega_i = 1 \\ & \quad \quad 0 \leq \omega_i \leq 1 \end{aligned}$$

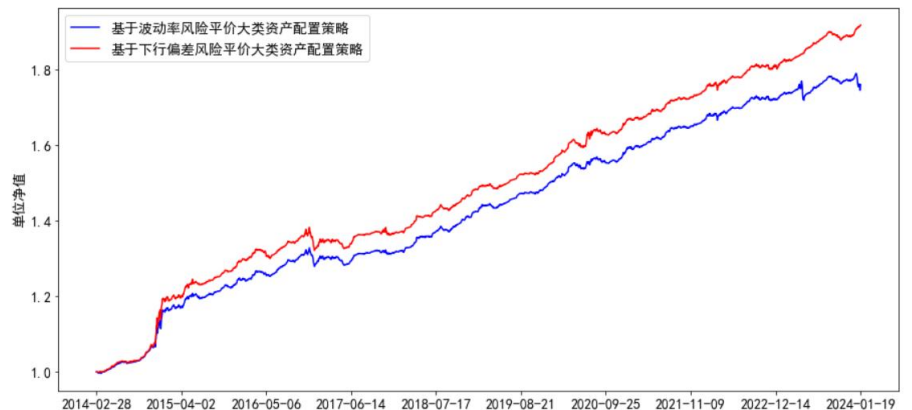
- 假设共有 N 类资产， ω_i 表示第*i*类资产的权重。对以上问题进行求解可得到基于下行偏差风险平价模型的配置权重结果。

三、基于下行偏差风险平价模型的大类资产配置策略

- 本报告选取股票、商品、债券三大类资产，分别采用基于波动率和基于下行偏差的风险平价模型于每月最后一个交易日，选取一定长度的历史数据计算得到三类资产的配置权重，并定期进行调仓，直至回测期结束。
- 本报告选取的投资标的为沪深 300 指数 (000300.SH)、中证商品期货指数 (100001.CCI) 和中证全债指数 (H11001.CSI)。回测区间为 2014 年 2 月 28 日至 2024 年 1 月 19 日。回测的结果如图表 1 所示。
- 从图表 1 中可以看出，从 2015 年开始，基于下行偏差风险平价模型构建的投资组合就开始产生了明显的超额收益。在整个接近十年的回测期内，基于下行偏差风险平价模型来配置权重的投资组合的表现要优于基于波动率风险平价模型来配置权重的投资组合，特别是近期前者通过低

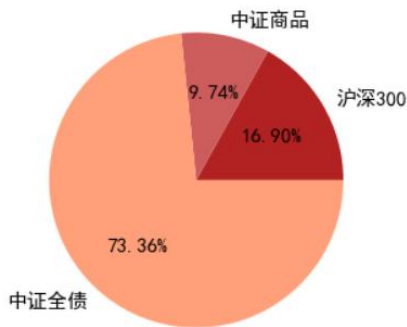
配股票、超配债券，较好规避了投资组合的回撤。两者的业绩归因情况如图表 2 和图表 3 所示。

图表 1：不同风险平价模型的回测单位净值图



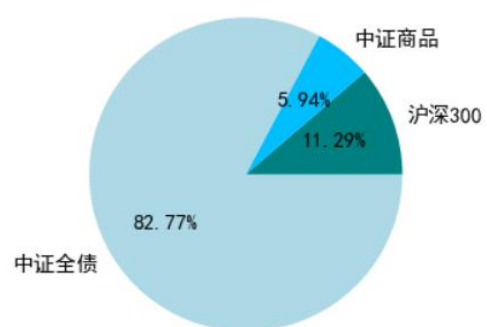
来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

图表 2：基于下行偏差风险平价模型收益归因



来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

图表 3：基于波动率风险平价模型收益归因



来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

- 从图表 2 和图表 3 中可以看出，两者的收益来源大部分均来自于中证全债指数，但相比之下基于下行偏差风险平价模型的收益来源更为平衡，沪深 300 指数和中证商品期货指数在基于下行偏差风险平价模型下提供了更多的收益。两者的业绩评价指标如图表 4 所示。

图表 4：不同风险平价模型的大类资产配置策略业绩评价指标

指标	基于波动率	基于下行偏差
累计收益率	75.99%	91.77%
年化收益率	5.88%	6.80%
波动率	2.32%	2.52%
最大回撤	-3.72%	-4.42%
夏普比率	1.8848	2.1005
卡玛尔比率	1.5788	1.5404

来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

- 从图表 4 中可以看出，基于下行偏差风险平价模型构建的投资组合在回测期内年化收益率和夏普比率明显高于基于波动率风险平价模型构建的投资组合，但从最大回撤和卡玛尔比率的角度出发发现后者略微强于前者。因此，本报告采用假设检验的方法进一步分析前者超额收益的显著性。

- 在回测期内一共 2412 个交易日可计算得到 2411 个日度收益率，将两类风险平价策略的日度收益率相减得到如下假设检验的原假设和备择假设。

$$H_0: r_{DRP} - r_{RP} \leq 0$$

$$H_1: r_{DRP} - r_{RP} > 0$$

- 其中， r_{DRP} 表示基于下行偏差风险平价模型所构建的投资组合日度收益率， r_{RP} 表示基于波动率风险平价模型所构建的投资组合日度收益率。本报告选取置信水平 $\alpha = 0.01$ ，即置信度为 99%。通过计算得到的检验统计量落在拒绝域内，故可以拒绝原假设，说明基于下行偏差风险平价模型所构建的投资组合有显著更高的收益。

四、总结

- 本报告通过两类风险平价模型同时构建了基于股票、商品、债券的投资组合。从回测的结果来看，基于下行偏差风险平价模型构建的投资组合相比基于波动率风险平价模型构建的投资组合总体表现更为优异。虽然前者在回测中产生了略高的波动率与最大回撤，但幅度有限，且从总体收益率来看效果要明显更好。从收益归因结果来看，基于下行偏差风险平价模型构建的投资组合在权重配置上更加出色，从股票和商品中获取了更多的正向收益。

- **风险提示：**基于历史数据研究总结的相关规律未来可能存在失效的风险。

- **参考文献：**

[1] Ronghua Luo, Haohan Wang, Weiyi Liu. Downside Risk-Parity Portfolio[J]. The Journal of Portfolio Management, 2022, 48(4): 261-281.

附录

1. 根据定义得到投资组合的下行偏差：

$$DD_p = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{pt}^2 \cdot I_{pt})}$$

$$I_{pt} = \begin{cases} 1 & r_{pt} < 0 \\ 0 & r_{pt} \geq 0 \end{cases}$$

其中， DD_p 为投资组合的下行偏差， T 为计算下行偏差时用到的历史数据期数， r_{pt} 为投资组合在第 t 期的收益率， I_{pt} 为一个判断函数，当 r_{pt} 大于或等于0时，该函数取值为0，当 r_{pt} 小于0时，该函数取值为1。本报告假设MAR (minimum acceptable return) 为0%。

2. 计算投资组合中每一类资产对投资组合下行偏差的边际贡献 (MCTR, Marginal Contribution to Total Risk)

$$\begin{aligned} \frac{\partial DD_p}{\partial \omega_i} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{DD_p} \cdot \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T \left[\frac{\partial}{\partial \omega_i} (r_{pt}^2 \cdot I_{pt}) \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{DD_p} \cdot \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T \left[I_{pt} \cdot \frac{\partial r_{pt}^2}{\partial \omega_i} + r_{pt}^2 \cdot \frac{\partial I_{pt}}{\partial \omega_i} \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{DD_p} \cdot \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T \left[I_{pt} \cdot 2 \cdot r_{pt} \frac{\partial r_{pt}}{\partial \omega_i} + r_{pt}^2 \cdot \frac{\partial I_{pt}}{\partial \omega_i} \right] \end{aligned}$$

其中， $r_{pt} = \omega_1 \cdot r_{1t} + \omega_2 \cdot r_{2t} + \dots + \omega_N \cdot r_{Nt}$ ， N 表示投资组合中包含的资产个数。故上式可表示为：

$$\frac{\partial DD_p}{\partial \omega_i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{DD_p} \cdot \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T \left[I_{pt} \cdot 2 \cdot r_{pt} \cdot r_{it} + r_{pt}^2 \cdot \frac{\partial I_{pt}}{\partial \omega_i} \right]$$

接下来计算上式中的 $r_{pt}^2 \cdot \frac{\partial I_{pt}}{\partial \omega_i}$ 部分。根据极限的定义可知，

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_{pt}}{\partial \omega_i} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{I[\omega_1 \cdot r_{1t} + \dots + (\omega_i + \varepsilon) \cdot r_{it} + \dots + \omega_N \cdot r_{Nt}] - I[\omega_1 \cdot r_{1t} + \dots + \omega_i \cdot r_{it} + \dots + \omega_N \cdot r_{Nt}]}{\varepsilon} \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{I[r_{pt} + \varepsilon r_{it}] - I[r_{pt}]}{\varepsilon} \end{aligned}$$

其中， $I(\cdot)$ 为类似于 I_{pt} 的判断函数，

$$I(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ 0 & x \geq 0 \end{cases}$$

① 当 $r_{pt} > 0$ 时

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{I[r_{pt} + \varepsilon r_{it}] - I[r_{pt}]}{\varepsilon} = 0$$

故

$$r_{pt}^2 \cdot \frac{\partial I_{pt}}{\partial \omega_i} = 0$$

② 当 $r_{pt} = 0$ 时

$$r_{pt}^2 \cdot \frac{\partial I_{pt}}{\partial \omega_i} = 0 \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{I[\varepsilon r_{it}]}{\varepsilon} = 0$$

③当 $r_{pt} < 0$ 时

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{I[r_{pt} + \varepsilon r_{it}] - I[r_{pt}]}{\varepsilon} = 0$$

故

$$r_{pt}^2 \cdot \frac{\partial I_{pt}}{\partial \omega_i} = 0$$

综上①至③可得， $r_{pt}^2 \cdot \frac{\partial I_{pt}}{\partial \omega_i} = 0$ 。那么 $\frac{\partial DD_p}{\partial \omega_i}$ 可以化简得到：

$$\frac{\partial DD_p}{\partial \omega_i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{DD_p} \cdot \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T [I_{pt} \cdot 2 \cdot r_{pt} \cdot r_{it}]$$

即

$$MCTR_i = \frac{\partial DD_p}{\partial \omega_i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{DD_p} \cdot \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T [I_{pt} \cdot 2 \cdot r_{pt} \cdot r_{it}] = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{DD_p} \cdot \sum_{t=1}^T [I_{pt} \cdot r_{pt} \cdot r_{it}]$$

3. 计算投资组合中每一类资产对投资组合下行偏差的总贡献（ACTR, Absolute Contribution to Total Risk）

$$ACTR_i = \omega_i \cdot MCTR_i = \frac{1}{DD_p} \cdot \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T [I_{pt} \cdot r_{pt} \cdot r_{it} \cdot \omega_i]$$

免责声明：

中泰期货股份有限公司（以下简称本公司）具有中国证券监督管理委员会批准的期货交易咨询业务资格（证监许可〔2012〕112）。本报告仅限本公司客户使用。

本公司不会因接收人收到本报告而视其为客户。在任何情况下，本报告中的信息或所表述的意见并不构成对任何人的交易建议，本公司不对任何人因使用本报告中的内容所导致的损失负任何责任。市场有风险，投资需谨慎。

本报告所载的资料、观点及预测均反映了本公司在最初发布该报告当日分析师的判断，是基于本公司分析师认为可靠且已公开的信息，本公司力求但不保证这些信息的准确性和完整性，也不保证文中观点或陈述不会发生任何变更，在不同时期，本公司可在不发出通知的情况下发出与本报告所载资料、意见及推测不一致的报告，亦可因使用不同假设和标准、采用不同观点和分析方法而与本公司其他业务部门、单位或附属机构在制作类似的其他材料时所给出的意见不同或者相反。本公司并不承担提示本报告的收件人注意该等材料的责任。

本报告的知识产权归本公司所有，未经本公司书面许可，任何机构和个人不得以任何方式进行复制、传播、改编、销售、出版、广播或用作其他商业目的。如引用、刊发、转载，需征得本公司同意，并注明出处为中泰期货，且不得对本报告进行有悖原意的引用、删节和修改。