

交易咨询资格号：
证监许可[2012]112

金融工程
专题报告

2023 年 11 月 27 日

分析师

时翔宇
金融工程分析师
期货从业资格：F03104321
交易咨询从业证书号：Z0019649
联系人：杨旸
期货从业资格：F03096114
联系人：杜思嘉
期货从业资格：F03103175
联系电话：021-61625026
E-mail: ztqh_sh@163.com
客服电话：400-618-6767
公司网址：
<http://www.ztqh.com>

中泰微投研小程序



中泰期货公众号



报告概述

- 无套利定价相关理论认为未来现金流相同的资产在初始时刻应该拥有相同的价格，若初始价格不同则会出现无风险套利机会。区别于统计套利，当无风险套利机会出现时，投资者可以通过买入低估资产并同时卖出高估资产持有至合适的时点平仓后获得“确定性”的收益。
- 本报告总结了期权“无风险套利”策略的常见类型，涉及单个期权的上下限套利、多个合约的期权平价套利及盒式套利。同时，选取国内第一个场内期权——上证 50ETF 期权作为研究对象，使用收盘价统计各类套利机会出现的数量及相关合约特征。
- **风险提示：**基于历史经验研究总结的相关规律未来可能存在失效的风险。

ETF 期权的无风险套利策略总结

——期权策略系列研究之八

一、单个期权的上下限套利方法

- 从无风险套利的角度出发可知，欧式看涨期权和看跌期权的上下限如图表 1 所示。

图表 1：欧式看涨期权和看跌期权的上下限

期权类型	上限	下限
看涨期权	S_0	$\max(0, S_0 - Ke^{-rT})$
看跌期权	K	$\max(0, Ke^{-rT} - S_0)$

来源：中泰期货整理

- 在图表 1 中， S 表示期权标的资产的价格， K 表示期权的执行价格， r 表示连续复利下的无风险利率， T 表示期权的剩余期限（作为下标时表示资产在期权到期日的价格），下标 0 则表示当前时刻， c 表示看涨期权价格， p 表示看跌期权价格。

1、看涨期权上下限套利总结

- 首先分析看涨期权的上下限。当看涨期权价格 $c > S_0$ 时，可以通过买入一单位期权标的资产，卖出一单位看涨期权，持有至期权到期日，收益情况如图表 2 所示。

图表 2：欧式看涨期权价格超出上限时的套利收益

期末标的资产价格与 期权执行价格的关系	期末组合现金流	套利润 (折现到期初)
$S_T > K$	K	$Ke^{-rT} + c - S_0$
$S_T \leq K$	S_T	$S_T e^{-rT} + c - S_0$

来源：中泰期货整理

- 从图表 2 可知，当期权到期时，如果标的资产价格 $S_T > K$ ，那么期初卖出的看涨期权将被行权，同时买入的标的资产价格将变为 S_T ，故期权到期时总现金流为 $K - S_T + S_T = K$ 。如果标的资产价格 $S_T \leq K$ ，看涨期权不会被行权，期权到期时的总现金流为 S_T 。最后将期末现金流折现到初始时刻可得套利总利润为 $c - S_0 + e^{-rT} \min(S_T, K)$ 。由于 $c > S_0$ ，且 $e^{-rT} \min(S_T, K) \geq 0$ ，所以一旦看涨期权价格超过其上限时，总可以获得正套利润。
- 接下来讨论看涨期权的价格下限，如图表 1 所示，当 $S_0 - Ke^{-rT} \leq 0$ 时，看涨期权价值的下限为 0。当 $S_0 - Ke^{-rT} > 0$ 时，看涨期权价值的下限为 $S_0 - Ke^{-rT}$ 。
- 若看涨期权的价格下限为 0 时，一旦价格小于 0，则可以“收取”期权费的同时获得在到期日以执行价格买入标的资产的权利。无论期权到期时标的资产价格如何变化，折现到期初的套利润不会少于期初“收取”的期权费，此情形在现实中几乎不会发生。

- 若看涨期权的价格下限为 $S_0 - Ke^{-rT}$ 时，一旦价格小于该下限，可通过买入一单位看涨期权，卖出一单位标的资产来进行套利。具体套利的利润情况如图表 3 所示。
- 从图表 3 可知，当期权到期时，如果标的资产价格 $S_T > K$ ，期初的看涨期权行权，同时将支出 S_T 买入标的资产平仓，将两者合并可得期末现金流为 $-K$ ，所以在期初锁定套利利润为 $S_0 - c - Ke^{-rT}$ 。如果标的资产价格 $S_T \leq K$ ，看涨期权不行权，同时需要支出 S_T 买入标的资产平仓。将期末现金流折现至期初可知，期初可锁定套利利润 $S_0 - c - S_T e^{-rT}$ 。结合以上两种情况，当看涨期权的价格低于 $S_0 - Ke^{-rT}$ 时，期初可锁定 $S_0 - c - e^{-rT} \min(S_T, K)$ 的套利利润。

图表 3：欧式看涨期权价格超出下限时的套利收益

期末标的资产价格与 期权执行价格的关系	期末组合现金流	套利利润 (折现到期初)
$S_T > K$	$-K$	$S_0 - c - Ke^{-rT}$
$S_T \leq K$	$-S_T$	$S_0 - c - S_T e^{-rT}$

来源：中泰期货整理

2、看跌期权上下限套利总结

- 由图表 1 可知，欧式看跌期权价格的上限为执行价格 K 。若看跌期权的价格超过 K ，则可以在期初卖出看跌期权并持有至到期进行套利，最终损益情况如图表 4 所示。

图表 4：欧式看跌期权价格超出上限时的套利收益

期末标的资产价格与 期权执行价格的关系	期末组合现金流	套利利润 (折现到期初)
$S_T > K$	0	p
$S_T \leq K$	$S_T - K$	$p - Ke^{-rT} + S_T e^{-rT}$

来源：中泰期货整理

- 从图表 4 中可以看出，期末如果标的资产价格 $S_T > K$ ，那么看跌期权将不会行权，总套利利润折现到期初为期权费 p 。如果标的资产价格 $S_T \leq K$ ，那么看跌期权将被行权，套利的总利润折现到期初为 $p - Ke^{-rT} + S_T e^{-rT}$ ，由于 $p > K$ ，所以 $p - Ke^{-rT} + S_T e^{-rT} > 0$ 。
- 接下来讨论看涨期权的价格下限，如图表 1 所示，当 $Ke^{-rT} - S_0 < 0$ 时，欧式看跌期权的价格下限为 0。当 $Ke^{-rT} - S_0 \geq 0$ 时，下限为 $Ke^{-rT} - S_0$ 。
- 若看跌期权的价格下限为 0 时，一旦价格小于 0，则可以“收取”期权费的同时获得在到期日以执行价格卖出标的资产的权利。无论期权到期时标的资产价格如何变化，折现到期初的套利利润均不会少于期初“收取”的期权费，与看涨期权类似，此情形在现实中也几乎不会发生。
- 若看跌期权的价格下限为 $Ke^{-rT} - S_0$ 时，一旦价格低于下限，可通过买入一单位看跌期权，同时买入一单位标的资产进行套利，具体套利结果如图表 5 所示。
- 由图表 5 可知，当期末标的资产价格 $S_T > K$ 时，看跌期权不会行权，标的资产价格为 S_T ，将所有现金流折现到期初可得套利利润为 $S_T e^{-rT} - p -$

S_0 。当 $S_T \leq K$ 时，看跌期权行权获得 $K - S_T$ ，外加卖出一单位标的资产可获得 S_T ，此时期初可锁定套利利润 $Ke^{-rT} - p - S_0$ 。综上两种情况，当看跌期权的价格下限为 $Ke^{-rT} - S_0$ 时，一旦期权价格低于下限期初可锁定套利利润为 $e^{-rT} \max(S_T, K) - p - S_0$ 。

图表 5：欧式看跌期权价格超出下限时的套利收益

期末标的资产价格与 期权执行价格的关系	期末组合现金流	套利利润 (折现到期初)
$S_T > K$	S_T	$S_T e^{-rT} - p - S_0$
$S_T \leq K$	K	$Ke^{-rT} - p - S_0$

来源：中泰期货整理

二、欧式期权的买卖权平价套利

- 根据期权的买卖权平价等式可知，等式两边的组合（Fiduciary Call 和 Protective Put）在期末的现金流相等，具体如图表 6 所示。

图表 6：买卖权平价公式相关组合的期末现金流

组合	期末标的资产价格与 期权执行价格的关系	期末现金流
$c + Ke^{-rT}$	$S_T > K$	S_T
(Fiduciary Call)	$S_T \leq K$	K
$p + S_0$	$S_T > K$	S_T
(Protective Put)	$S_T \leq K$	K

来源：中泰期货整理

- 从无风险套利定价可知，期初这两个组合的价格应该相等，从而保证期权买卖权等式的成立。
- 当 $c + Ke^{-rT} > p + S_0$ 时，投资者可在期初买入一份看跌期权，买入一单位标的资产，同时卖出一份看涨期权进行套利，套利利润如图表 7 所示。

图表 7：买卖权平价套利情形一

期末标的资产价格与 期权执行价格的关系	期末组合现金流	套利利润 (折现到期初)
$S_T > K$	K	$c + Ke^{-rT} - p - S_0$
$S_T \leq K$	K	$c + Ke^{-rT} - p - S_0$

来源：中泰期货整理

- 从图表 7 可知，当 $c + Ke^{-rT} > p + S_0$ 时，在期初便可以锁定 $c + Ke^{-rT} - p - S_0$ 的套利利润。

图表 8：买卖权平价套利情形二

期末标的资产价格与 期权执行价格的关系	期末组合现金流	套利利润 (折现到期初)
$S_T > K$	$-K$	$p + S_0 - c - Ke^{-rT}$
$S_T \leq K$	$-K$	$p + S_0 - c - Ke^{-rT}$

来源：中泰期货整理

- 当 $c + Ke^{-rT} < p + S_0$ 时，投资者可在期初买入一份看涨期权，同时卖出一份看跌期权与一单位标的资产，套利利润如图表 8 所示。
- 从图表 8 可知，当 $c + Ke^{-rT} < p + S_0$ 时，投资者可在期初锁定 $p + S_0 - c - Ke^{-rT}$ 的套利利润。

三、欧式期权的盒式套利

- 从上一部分的分析可知，当期权买卖权平价公式被打破时，就会产生套利机会。本部分也从该公式出发得到另一种无风险套利思路。
- 首先，当选择不同的执行价格时，可得到不同的买卖权平价公式，假设执行价格 $K_1 < K_2$ ，可得到如下两个等式。

$$c_1 + K_1e^{-rT} = p_1 + S_0 \quad (1)$$

$$c_2 + K_2e^{-rT} = p_2 + S_0 \quad (2)$$
- 其中， S_0 为期初标的资产的价格， c_1 和 c_2 分别为执行价格为 K_1 和 K_2 的近期看涨期权价格， p_1 和 p_2 分别为执行价格为 K_1 和 K_2 的近期看跌期权价格。通过整理以上两式可得如下等式。

$$S_0 = c_1 + K_1e^{-rT} - p_1 \quad (3)$$

$$S_0 = c_2 + K_2e^{-rT} - p_2 \quad (4)$$

$$c_1 + K_1e^{-rT} - p_1 = c_2 + K_2e^{-rT} - p_2 \quad (5)$$
- 上式可理解为在期权市场中可以通过买卖不同执行价格的期权及一个零息债券合成一个“标的资产”。当以上第三个等式被违反时，则可以通过买卖不同执行价格的期权进行套利，该类型的套利方法通常被称为“盒式套利”。
- 当 $c_1 + K_1e^{-rT} - p_1 > c_2 + K_2e^{-rT} - p_2$ 时，可通过买入执行价格为 K_2 的看涨期权和执行价格为 K_1 的看跌期权，同时卖出执行价格为 K_1 的看涨期权和执行价格为 K_2 的看跌期权进行套利。
- 当 $c_1 + K_1e^{-rT} - p_1 < c_2 + K_2e^{-rT} - p_2$ 时，可通过买入执行价格为 K_1 的看涨期权和执行价格为 K_2 的看跌期权，同时卖出执行价格为 K_1 的看跌期权和执行价格为 K_2 的看涨期权进行套利。具体套利结果如图表 9 所示。

图表 9：盒式套利总结

期初价格关系	期末标的资产价格与期权执行价格的关系	期末组合现金流	套利利润 (折现到期初)
$c_1 + K_1e^{-rT} - p_1 > c_2 + K_2e^{-rT} - p_2$	$S_T \leq K_1$	$K_1 - K_2$	$c_1 - p_1 + p_2 - c_2 + e^{-rT}(K_1 - K_2)$
	$K_1 < S_T \leq K_2$	$K_1 - K_2$	
	$S_T > K_2$	$K_1 - K_2$	
$c_1 + K_1e^{-rT} - p_1 < c_2 + K_2e^{-rT} - p_2$	$S_T \leq K_1$	$K_2 - K_1$	$c_2 - p_2 - c_1 + p_1 + e^{-rT}(K_2 - K_1)$
	$K_1 < S_T \leq K_2$	$K_2 - K_1$	
	$S_T > K_2$	$K_2 - K_1$	

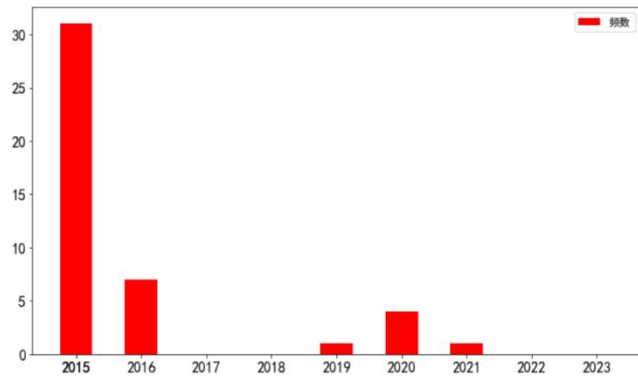
来源：中泰期货整理

- 从图表 9 中可以看出，当等式⑤不成立时，投资者总可以通过买卖不同执行价格的期权获得正套利收益。

四、上证 50ETF 期权模拟套利统计

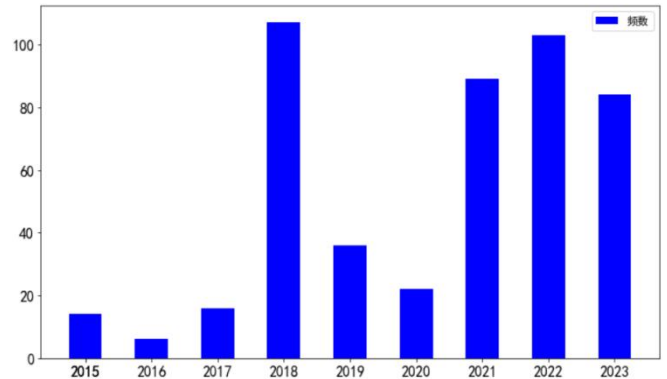
- 本报告选择上证 50ETF 期权自从 2015 年 2 月 9 日上市至 2023 年 10 月 31 日的近月合约的收盘价对以上提到的三类套利进行模拟统计。判断套利机会时的相关参数设置如下：
- 期权交易手续费：4 元/张（买入开仓、买入平仓、卖出平仓收取，卖出开仓暂不收取）
- ETF 交易手续费：0.1%（双边收取）
- ETF 融券年化利率：10%
- 期初融券卖出 ETF 保证金比率：100%
- 卖出 ETF 期权保证金比率：交易所规定上浮 10%
- 判断看涨期权上限套利规则：
$$c - S_0 > 0$$
- 判断看跌期权上限套利规则：
$$p - K > 0$$
- 判断看涨期权下限套利规则：
$$(1 - \varepsilon) \times (S_0 - c - K) - \text{Fee} > 0$$
- 其中， ε 为一个接近于 0 的数，Fee 表示套利需要的各类费用预估，包括期权交易手续费、ETF 交易手续费、ETF 融券卖出利息等。从图表 3 中可以看出，看涨期权下限套利至少可以获得 $S_0 - c - Ke^{-rT}$ 的套利利润，在统计中忽略资金时间价值，根据市场冲击成本可适当调节 ε 的数值大小，本报告取 $\varepsilon = 0$ 。
- 判断看跌期权下限套利规则：
$$(1 - \varepsilon) \times (K - p - S_0) - \text{Fee} > 0$$
- 判断买卖权平价套利规则：
$$A_1 = (1 - \varepsilon_1) \times (K - p - S_0 + c) - \text{Fee}_1$$
$$A_2 = (1 - \varepsilon_2) \times (S_0 - K - c + p) - \text{Fee}_2$$
$$\max(A_1, A_2) > 0$$
- 判断盒式套利规则：
$$A_1 = (1 - \varepsilon_1) \times (K_1 - K_2 - p_1 - c_2 + p_2 + c_1) - \text{Fee}_1$$
$$A_2 = (1 - \varepsilon_2) \times (K_2 - K_1 - c_1 - p_2 + c_2 + p_1) - \text{Fee}_2$$
$$\max(A_1, A_2) > 0$$
- 其中， K_1 和 K_2 为近月合约中不同的执行价格且 $K_1 < K_2$ 。 c_1 、 p_1 分别为执行价格为 K_1 的看涨和看跌期权价格。 c_2 、 p_2 分别为执行价格为 K_2 的看涨和看跌期权价格。
- 本报告当在同一交易日有多个合约均存在套利机会时取**潜在利润最高的一个（或一组）合约**。若期权到期日在回测区间期末之后，也不统计在内。
- 在 2015 年 2 月 9 日至 2023 年 10 月 31 日共 2121 个交易日的收盘价中，没有出现看涨和看跌期权的价格上限套利，共出现 521 次下限套利，其中看涨期权 44 次，看跌期权 477 次，每年套利出现情况如图表 10 和图表 11 所示。
- 从图表 10 和图表 11 中可以看出，看涨期权下限套利需要融券卖出 ETF 份额故总次数较少，并且自从 2015 年后套利次数大幅下降。而看跌期权下限套利出现的情况则比较平均。出现套利情况的合约在值程度统计如图表 12 和图表 13 所示。

图表 10：历年近月看涨期权下限套利频数



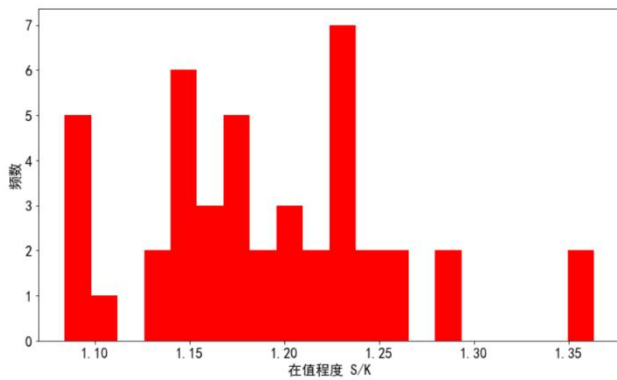
来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

图表 11：历年近月看跌期权下限套利频数



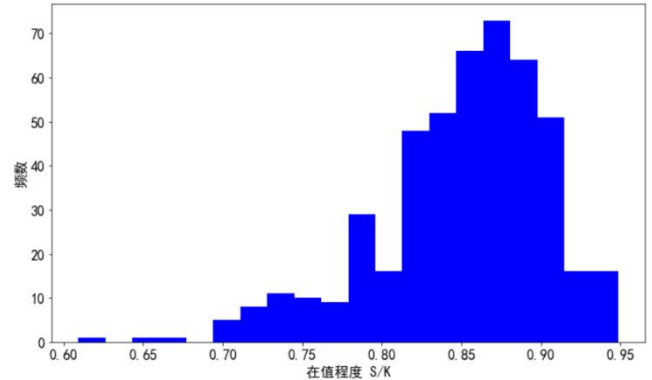
来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

图表 12：出现下限套利的看涨期权在值程度统计



来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

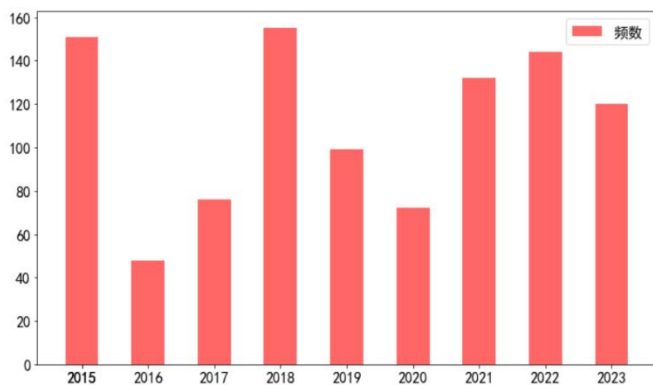
图表 13：出现下限套利的看跌期权在值程度统计



来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

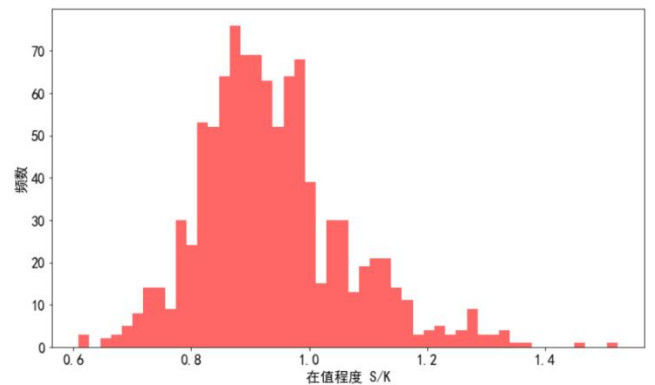
- 从图表 12 和图表 13 中可以得出，出现下限套利情况的期权基本都是实值期权。说明实值期权相比虚值期权可能更容易被低估。

图表 14：历年近月期权买卖权平价套利频数



来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

图表 15：买卖权平价套利中期权在值程度统计



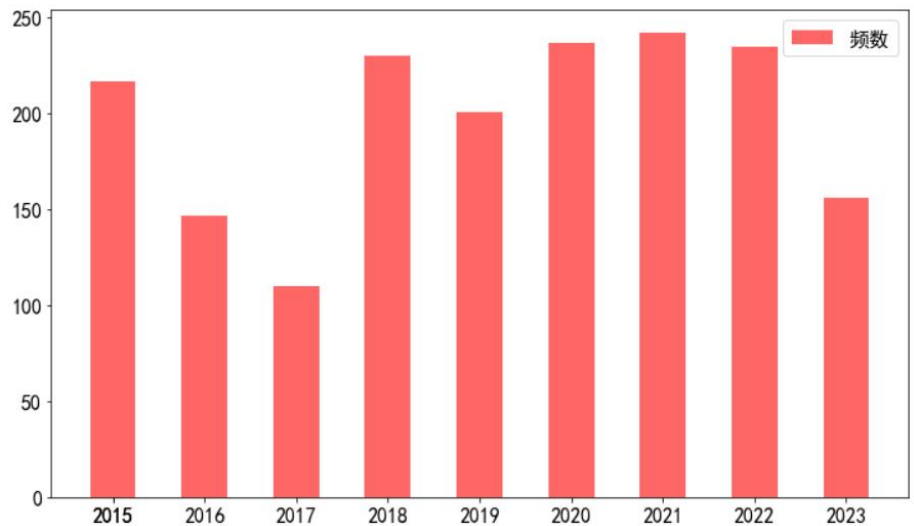
来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

- 在回测期内，共 2121 个交易日中，有 997 天收盘价出现了买卖权套利情况，历年的买卖权平价套利出现情况如图表 14 所示。在图表 14 中可以看出，每年买卖权平价套利出现数量并没有显著变化趋势。出现买卖权平价套利的期权在值程度如图表 15 所示。从图表 15 中可以看出，略

高于标的资产价格的执行价格所对应的看涨和看跌期权可能更容易出现买卖权平价套利的机会。

- 最后，在整个回测期内，共有 1775 天的收盘价出现了盒式套利机会，其中历年的统计数据如图表 16 所示。

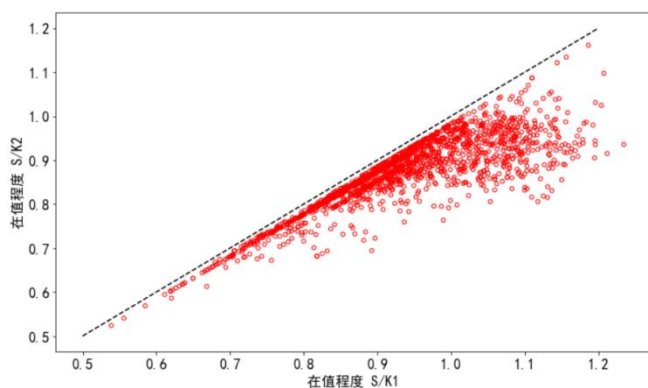
图表 16：历年近月期权盒式套利频数



来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

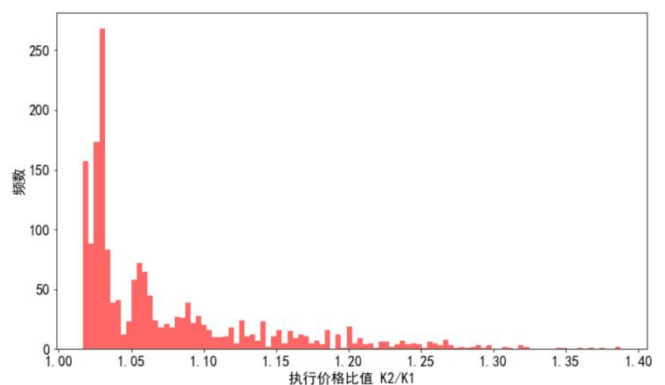
- 从图表 16 中可以看出，随着时间的推移，盒式套利出现的频数并没有显著下降，其中的原因主要为盒式套利涉及到的期权合约数量较多，故在执行交易时的不确定性较大，单次套利的平均收益率也偏低。
- 盒式套利出现时和两个期权在值程度的关系如图表 17 所示，图中黑色虚线为 $\frac{S_0}{K_1} = \frac{S_0}{K_2}$ 。盒式套利频数关于两个执行价格比值的分布如图表 18 所示。

图表 17：盒式套利中不同合约的在值程度



来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

图表 18：盒式套利频数关于执行价格比值的分布



来源：同花顺 iFinD，中泰期货整理

- 从图表 17 和图表 18 中可以看出，在回测期内判断发生盒式套利的情况下，较小的一个期权执行价格通常比标的资产价格略低，并且两个执行价格比较相近。

五、总结及后续研究建议

- 无风险套利区别于统计套利，其收益从理论上来说是在期初锁定的。

本报告首先归纳和总结了三种常见的无风险套利类型，分别为单个期权的上下限套利、期权买卖权平价套利及盒式套利，随后采用 2015 年 2 月 9 日上证 50ETF 期权上市以来至 2023 年 10 月 31 日共 2121 个交易日的数据统计了**收盘价落在套利区域内的结果**并展示了落在套利区域内的相关合约特征。**需要注意的是**，在执行套利策略时，还需要充分思考盘中合约的买卖价差、挂单数量等实际因素，后续研究可从市场中真实交易的数据出发进行策略的回测，获得更为真实的策略效果。

- **风险提示：**基于历史经验研究总结的相关规律未来可能存在失效的风险。

免责声明：

中泰期货股份有限公司（以下简称本公司）具有中国证券监督管理委员会批准的期货交易咨询业务资格（证监许可〔2012〕112）。本报告仅限本公司客户使用。

本公司不会因接收人收到本报告而视其为客户。在任何情况下，本报告中的信息或所表述的意见并不构成对任何人的投资建议，本公司不对任何人因使用本报告中的内容所导致的损失负任何责任。市场有风险，投资需谨慎。

本报告所载的资料、观点及预测均反映了本公司在最初发布该报告当日分析师的判断，是基于本公司分析师认为可靠且已公开的信息，本公司力求但不保证这些信息的准确性和完整性，也不保证文中观点或陈述不会发生任何变更，在不同时期，本公司可在不发出通知的情况下发出与本报告所载资料、意见及推测不一致的报告，亦可因使用不同假设和标准、采用不同观点和分析方法而与本公司其他业务部门、单位或附属机构在制作类似的其他材料时所给出的意见不同或者相反。本公司并不承担提示本报告的收件人注意该等材料的责任。

本报告的知识产权归本公司所有，未经本公司书面许可，任何机构和个人不得以任何方式进行复制、传播、改编、销售、出版、广播或用作其他商业目的。如引用、刊发、转载，需征得本公司同意，并注明出处为中泰期货，且不得对本报告进行有悖原意的引用、删节和修改。