

**【量化专题】copula 模型及配置研究****专题报告****摘要**

- Copula 函数被称为“连接函数”，是在已知边缘分布情况下独立研究分布间关联关系的模型，可以与 GARCH 模型结合来描述多品种间收益率序列的波动及影响关系。本文简介了常用于时间序列模型的 Copula 函数，并使用期货指数数据进行建模与分析。
- 经过建模与分析，我们发现金属板块与能化板块有一定的尾部关联关系，而农产品与能化板块有反向关联关系，农产品与金属板块无明显影响。为后续资产组合配置研究提供了基础。
- 使用期货品种数据进行最优夏普比率资产配置，我们最终得到夏普比率为 1.25 的投资组合。

**作者姓名：姜慧丽**

邮箱：jianghuili@csc.com.cn

电话：023-81157278

期货从业资格号：F3081375

期货投资咨询从业证书号：Z0018496

发布日期：2023 年 3 月 31 日

风险提示：本报告仅对模型作客观呈现，不具备任何投资建议。历史业绩不代表未来业绩，回测业绩不代表实盘业绩，期市有风险，入市需谨慎。

## 目录

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| 摘要 .....                         | 1 |
| 一、 Copula 模型在金融领域应用 .....        | 1 |
| 1.1. Copula 函数与 GARCH 模型结合 ..... | 1 |
| 1.2. Copula-GARCH 模型的实际应用 .....  | 1 |
| 二、 模型拟合与检验 .....                 | 2 |
| 2.1. 收益率序列 .....                 | 2 |
| 2.2. GARCH 模型拟合 .....            | 3 |
| 2.3. Copula 模型拟合 .....           | 3 |
| 三、 实证资产配置 .....                  | 4 |
| 四、 总结和展望 .....                   | 5 |

## 一、 Copula 模型在金融领域应用

### 1.1. Copula 函数与 GARCH 模型结合

在之前一篇报告中我们介绍过 GARCH 模型，GARCH-t 过程可以较好地描述单品种时间序列的尖峰厚尾特性，而 GARCH 模型的残差符合其假设分布后，可用于 Copula 模型拟合。最后根据 Copula-GARCH-t 模型或 Copula-GARCH-GED 模型，我们可以得到多品种的收益-波动预测模型。

### 1.2. Copula-GARCH 模型的实际应用

采用多样化的资产标的与投资策略来规避风险，已经在投资者中达成共识，同时选择相关性小的资产进行组合，可以降低投资风险。Copula-GARCH 模型可以更加细致地刻画多元资产间的相依结构，Copula 模型越来越广泛地应用到金融风险管理的各个方面如相关性分析、投资组合管理、波动溢出分析、资产定价、市场风险分析、信用风险分析包括信用评级等。并且可以结合 Monte Carlo 仿真模拟，得到更加真实的模型结果。

Copula 理论的一个重要应用是计算投资组合的 CoVaR 和 CoES，一般使用历史数据通过建模得到资产收益未来的概率分布，然后使用随机模拟来产生未来资产收益的可能情景集，再根据置信度得到 CoVaR 值和 CoES 值，进而研究不同资产间的风险溢出关系。

另一应用是使用 Monte Carlo 仿真与 Markovitz 资产组合理论结合，用于资产组合配置，选取最优权重系数。其主要步骤是：

1. 使用 GARCH 模型等拟合各品种收益，确定新息的分布类型与参数；
2. 提取出模型残差（多资产新息边缘分布）建立 Copula 模型来描述新息的联合分布；
3. 根据计算得到的 Copula 模型，产生随机数向量，并通过 Copula 函数计算以模拟新息过程，然后通过 GARCH 模型计算出预期收益、条件波动率和条件协方差
4. 根据计算得到的预期收益、条件波动率和条件协方差，优化得到最优权重

使用窗口滚动和 Monte Carlo 仿真，在测试集上滑动窗口重复上述过程，得到最优权重序列。

本文主要使用南华指数数据进行不同板块间的风险溢出分析，使用期货品种数据进行优质组合最优

权重选取。

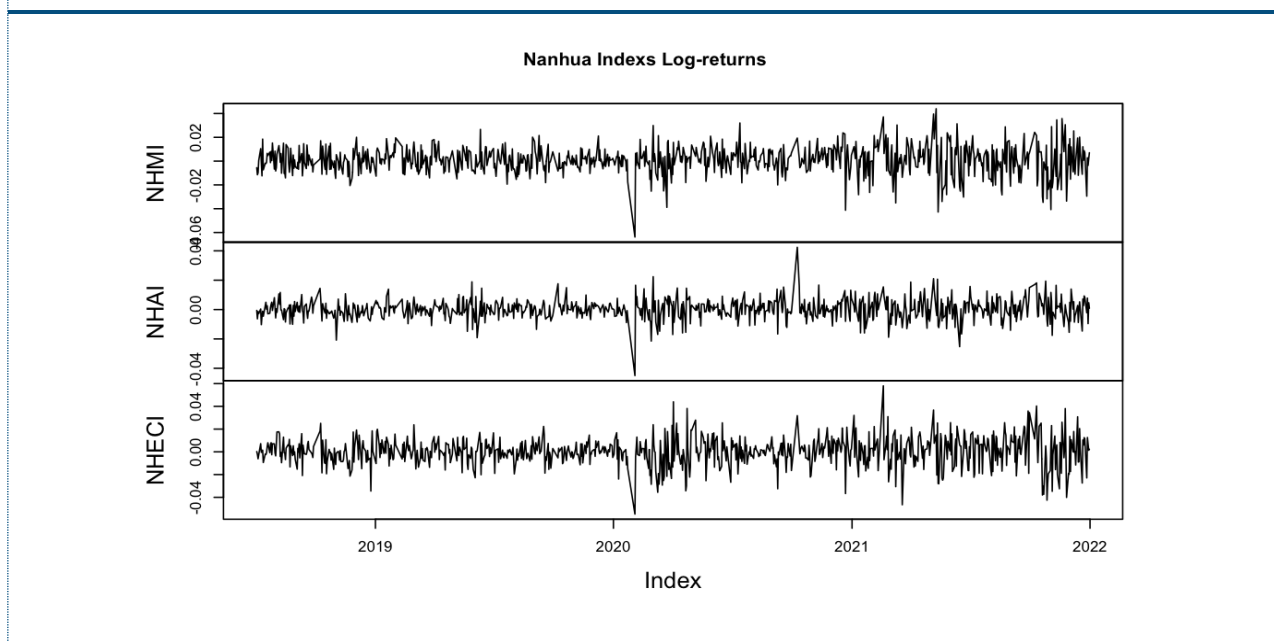
## 二、 模型拟合与检验

### 2.1. 收益率序列

在前系列 GARCH 模型文章中，我们使用了 29 个商品期货品种，并发现了 GARCH 模型不适用于绝大多数农产品和沪镍品种，并且其他部分品种 GARCH 模型拟合效果也比较差，因此在本篇报告中，我们增加使用板块指数来进行模型拟合为例，展示模型拟合的过程。板块指数的 GARCH 模型拟合效果更好，且使用板块指数时 Copula 函数输入维度更少。

具体而言，本文使用 3 个板块指数分别为：南华金属指数（NHMI）、南华农产品指数（NHAI）、南华能化指数（NHECI）。

图 1：南华板块指数收益率图



数据来源：中信建投期货有限公司

## 2.2. GARCH 模型拟合

我们使用带均值的 GARCH-t 模型来描述单个指数收益率来拟合模型，下表为 GARCH 模型拟合结果。

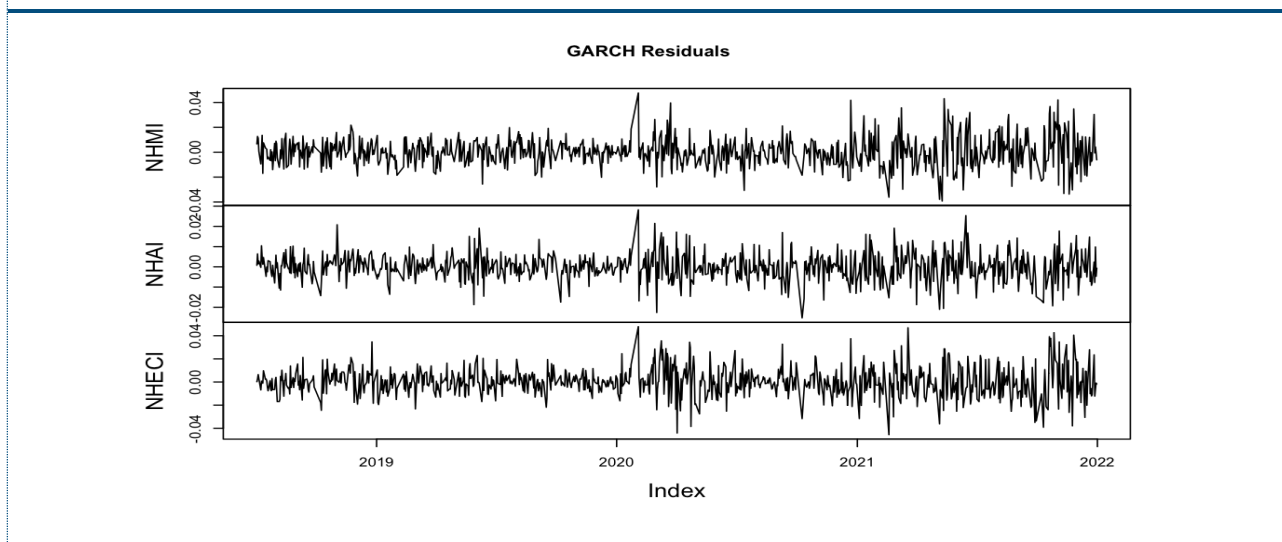
表 1：板块指数 GARCH 模型拟合结果

|       | mu | AR[1]  | MA[1] | omega | alpha1 | beta1 | shape  |
|-------|----|--------|-------|-------|--------|-------|--------|
| NHMI  | -  | -0.385 | 0.348 | 0     | 0.099  | 0.873 | 11.564 |
| NHAI  | -  | -0.268 | 0.286 | 0     | 0.072  | 0.910 | 6.835  |
| NHECI | -  | -      | -     | 0     | 0.104  | 0.891 | 6.710  |

数据来源：中信建投期货有限公司

我们提取出 GARCH-t 模型的残差用于 Copula 拟合。

图 2：GARCH 模型残差



数据来源：中信建投期货有限公司

## 2.3. Copula 模型拟合

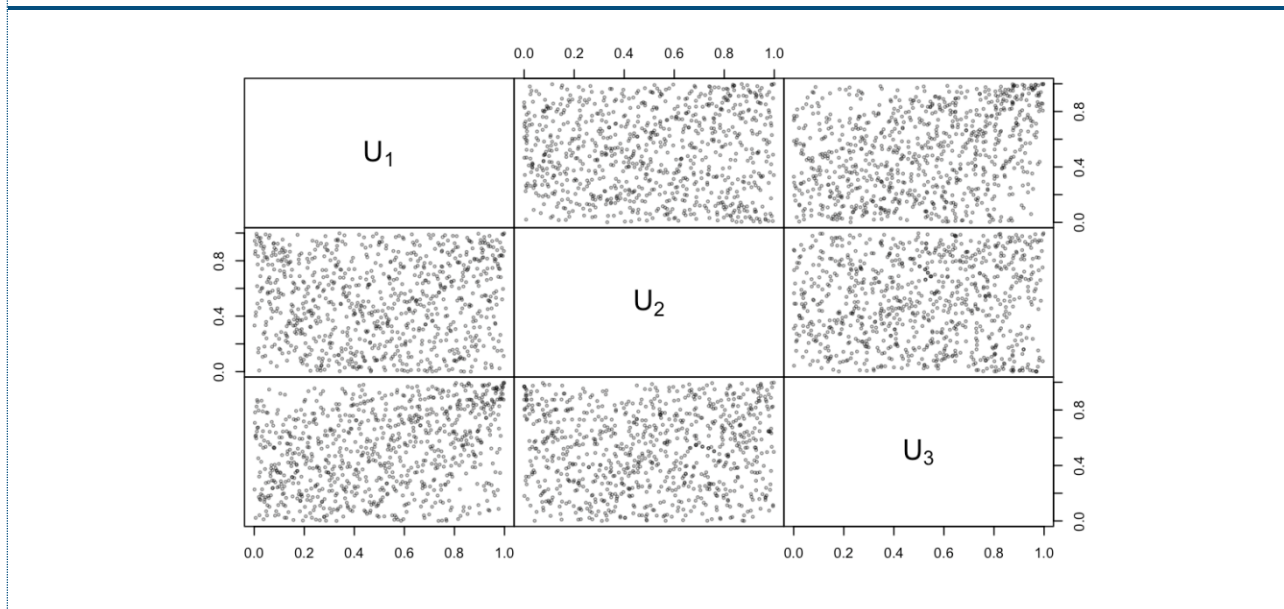
我们使用 4 种 Copula 函数进行建模，分别为：t-Copula、Gumbel-Copula、Clayton-Copula 和 Frank-Copula，其中 Gumbel-Copula 需要使用负收益率建模。其中 t-Copula 拟合效果并不显著，Gumbel 和 Clayton 的尾部风险刻画较为显著。后续我们将使用 Clayton 进行模型拟合。

表 2：板块指数 Copula 模型拟合结果

| Copula 类别      | theta | p value  |
|----------------|-------|----------|
| t-Copula       | -     | -        |
| Gumbel-Copula  | 1.354 | 0.000492 |
| Clayton-Copula | 0.519 | 0.000998 |
| Frank-Copula   | 2.632 | 0.01238  |

数据来源：中信建投期货有限公司

图 3：Clayton-Copula 联合分布图



数据来源：中信建投期货有限公司

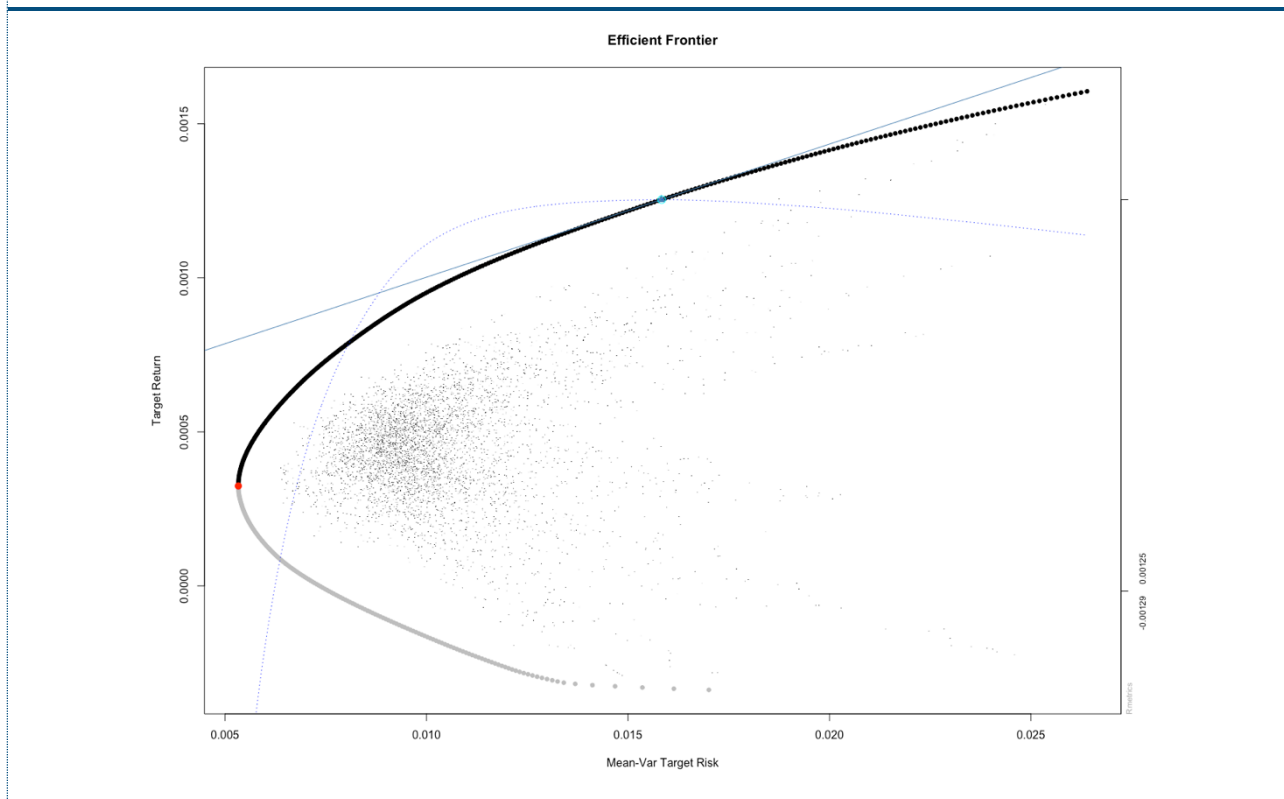
通过联合分布图我们可以看到，金属指数和能化指数的相关图右上角分布较密集，两板块尾部相关性较高；而农产品指数与能化指数的相关图中，左上角分布较密集，有反向溢出效应，农产品与金属指数则并无明显关联关系。

### 三、 实证资产配置

我们已经完成对各品种和指数的 GARCH 模型和 Copula 模型的构造，接下来我们可以使用 Monte Carlo 方法进行投资组合的模拟回测。我们使用 2021 年到 2022 年的 29 个期货品种数据进行回测，随机化生成权重 20000 次，使用 Copula 和 GARCH 模型计算出的条件波动率和协方差，收益-方差如下图所示。

我们以 2% 为无风险利率（日度收益 0.00056%），得到了最小方差组合和最优夏普组合的收益与方差。

图 4：多品种资产组合随机模拟收益-方差图



数据来源：中信建投期货有限公司

最小方差组合的收益低于无风险利率，因此不需考虑。最优夏普组合的年化收益约为 31.63%，年化波动率约为 25.40%，夏普比率为 1.25。该策略仅使用部分品种进行回测，即为有效前沿上半部分的投资组合，涉及的品种为：NI、I、JM、SN、OI、FU。

## 四、总结和展望

本文初步研究了 Copula-GARCH 模型在南华指数上的实证结果，发现 Gumbel-Copula 和 Clayton-Copula 这类非对称 Copula 拟合效果更好。对于具体品种的尾部风险效应，金属和能化指数有着正向的风险关联效应，而农产品与能化指数有反向的尾部关联效应，农产品与金属指数则无明显关联关系。

其后我们使用期货各品种数据进行了策略回测，发现该配置策略夏普比率为 1.25。

## 联系我们

### 中信建投期货总部

重庆市渝中区中山三路131号希尔顿商务中心27楼、30楼

电话：023-86769605

### 上海分公司

地址：中国（上海）自由贸易试验区浦电路490号，世纪大道1589号8楼08-11单元

电话：021-58301589

### 济南分公司

地址：济南市历下区泺源大街150号中信广场A座六层611、613室

电话：0531-85180636

### 湖南分公司

地址：长沙市岳麓区观沙岭街道茶子山东路112号滨江金融中心C座2127、2128室

电话：0731-82681681

### 大连分公司

地址：大连市沙河口区会展路129号大连国际金融中心A座大连期货大厦2901号房间

电话：0411-84806336

### 河南分公司

地址：郑州市未来路69号未来大厦2205、2211、1910房，未来公寓1306、1506、1806房

房

电话：0371-65612397

### 河北分公司

地址：廊坊市广阳区吉祥小区20-11号门市一至三层、20-1-12号门市第三层

电话：0316-2326908

### 深圳分公司

地址：深圳市福田区深南大道和泰然大道交汇处绿景纪元大厦111

电话：0755-33378759

### 杭州分公司

地址：浙江省杭州市江干区钱江国际时代广场3幢702室

电话：0571-87380613

### 宁波分公司

地址：浙江省宁波市鄞州区和济街180号国际金融中心F座1809室

电话：0574-89071681

### 西安分公司

地址：陕西省西安市高新区科技路38号林凯国际大厦十九层1905、1906、1907室

电话：029-85725585

### 重庆渝北分公司

地址：重庆市渝北区龙山街道新南路439号中国华融现代广场3幢19-1/2号

电话：023-67380500

### 上海浦东分公司

地址：中国（上海）自由贸易试验区浦东南路528号2202室

电话：021-68597013

### 四川分公司

地址：成都市武侯区科华北路62号力宝大厦南楼1801、1802、1803室

电话：028-62818710

### 重庆分公司

地址：重庆市渝中区中山三路107号上站大楼平街名义层11-A4-A6

电话：023-61361140

### 海南分公司

地址：海南省海口市龙华区滨海大道77号中环国际广场10层1002号

电话：0898-68538536

### 北京朝阳门北大街营业部

地址：北京市东城区朝阳门北大街6号首创大厦207室

电话：010-85282866

### 江西分公司

地址：江西省南昌市红谷滩区红谷中大道998号绿地中央广场A1#办公楼4801A

室、4802室

电话：0791-82082701

### 广州东风中路营业部

地址：广州市越秀区东风中路410号第16层自编1605C、1605B、1606房

电话：020-28325286

### 漳州营业部

地址：福建省漳州市龙文区九龙江大道以东漳州碧湖万达广场A2地块9幢1203

号

电话：0596-6161601

### 安徽分公司

地址：安徽省合肥市包河区马鞍山路130号万达广场C区6幢1903、1904、

1905室

电话：0551-2889767

### 上海徐汇营业部

地址：上海市徐汇区斜土路2899甲号1幢1601室

电话：021-64040178

### 湖北分公司

地址：武汉市江汉区香港路193号中华城A写字楼栋/单元36层3601号02-03

室

电话：027-59909521



**南京分公司**

地址：南京市黄埔路2号黄埔大厦11层D1、D2座

电话：025-86951881

**北京北三环西路营业部**

地址：北京市海淀区中关村南大街6号9层912

电话：010-82129971

**太原营业部**

地址：山西省太原市小店区长治路103号阳光国际商务中心A座902室

电话：0351-8366898

**广州分公司**

地址：广州市天河区黄埔大道西100号富力盈泰大厦B座1406

电话：020-22922102

**北京国贸营业部**

地址：北京市朝阳区光华路8号17幢一层A113房间

电话：010-85951101

**福州营业部**

地址：福建省福州市台江区宁化街道振武路70号（原江滨西

大道北侧）福晟·钱隆广场18层01商务办公

电话：0591-83625596

**方顿物产（重庆）有限公司**

地址：重庆市渝中区中山三路131号希尔顿商务中心2603室

电话：023-86769662

## 重要声明

本报告内容仅供符合《证券期货投资者适当性管理办法》规定可参与期货交易的投资者参考。在任何情形下都不构成对接收本报告内容投资者的任何投资建议，投资者应充分了解各类投资风险并谨慎考虑本报告发布内容是否符合自身特定状况，自主做出投资决策并自行承担投资风险。中信建投期货不因任何订阅或接收本报告的行为而将订阅人视为中信建投的客户，投资者依据本报告内容作出的任何决策与中信建投期货或作者无关。

本报告发布内容如属于系列解读，则投资者可能会因缺乏对完整内容的了解而对其中假设依据、研究依据、结论等内容产生误解，提请投资者参阅我司已发布的完整系列报告，仔细阅读其所附各项声明、数据来源及风险。

中信建投期货对本报告所载资料的准确性、可靠性、时效性及完整性不作任何明示或暗示的保证，本报告意见仅代表报告发布之时的判断，相关研究观点可能依据我司后续发布的报告在不发布通知的情形下作出更改。

本报告发布内容为中信建投期货所有。未经我司书面许可，任何机构和个人不得以任何形式对本报告进行翻版、复制和刊发，如需引用、转发等，需注明出处为“中信建投期货”，且不得对本报告进行任何增删或修改。亦不得从未经我司书面授权的任何机构、个人或其运营的媒体平台接收、翻版、复制或引用本报告发布的全部或部分内容。版权所有，违者必究。

**全国统一客服电话：400-8877-780**

**网址：[www.cfc108.com](http://www.cfc108.com)**