

# 期货市场实际波动率统计特征初探

作者：倪世杨

时间：2023 年 4 月 14 日

## 摘要

实际波动率金融市场上有无可替代的重要性。本文回顾了两篇在国际学界引用广泛的实际波动率研究开山之作，并借鉴其思路、结合本土市场特征，将核心成果在我国期货市场上做了复现。本文的主要成果包括：从单变量角度，我们量化了 RV 分布距对数正态的偏离幅度，分析了常见交易对日内相关性结构的稳固性，并指出收益经过 RV 归一化后基本符合正态分布。从多变量角度，我们检验了品种间 RV 相关性和收益相关性的关系，讨论了高波动对市场分散风险能力的削弱情况。从时序角度，我们指出了“聚集效应”只存在于 RV 本身而不存在于 RV 的变化，“均值回归”效应更多作用于波动率向下回归，以及“上涨降波，下跌升波”的现象仅微弱存在于权益市场。

## 1. 引言

本文回顾了两篇在国际学界引用广泛的实际波动率研究开山之作，并借鉴其思路、结合本土市场特征，将核心成果在我国商品、金融期货市场上做了复现和再探索。我们发现尽管许多经典成果（例如波动率大致呈 log-normal 分布、波动率具有长记忆性、波动率和相关性同涨同跌趋势很强等）放在今天的市场依然成立，有些广为人知的成果需要被进一步阐释（如波动率的聚集性该如何理解、权益市场上的收益和波动负相关的特征有多明显等）。我们还发现波动率的长记忆性可以被分整参数（Fractionally Integrated Model）模型较好地解释，这给未来建模提供了可行路径。我们希望本篇报告中的实证结果可以成为后续研究的有力参考，在研究思路选择和模型合理性判断上提供助力。

本文结构如下：第二小节将对 Andersen 2001(a)和 Andersen 2001(b)两篇研究中的核心实证成果做回顾。第三小节将基于这些成果给出我们的实验设计，并介绍重点关注品种和品种对的挑选思路。第四小节将详细展示我们的实证结果。第五小节将对重要实证结果做总结。

## 2. 实际波动率的实证成果回顾

The Distribution of Realized Exchange Rate Volatility(Andersen 2001a)由 Andersen et al.在 2001 年发表于 Journal of the American Statistical Association。同年，同一批作者在 Journal of Financial Economics 上发表了 The Distribution of Realized Stock Return Volatility (Andersen 2002b)。截至本文成稿，两篇文章分别被引用 3019 次、2989 次 (google scholar 数据)，在 realized volatility 话题下名列前茅。

Andersen 2001a 将目光集中在 DM/\$和 Yen/\$两个外汇品种的波动率上，从波动率的分布特征、时间序列特征和周期聚合下前两者的稳定性三个角度阐述了波动率的规律。Andersen 2001b 对道琼斯工业指数中的三十只成分股复现了上述研究，进一步总结了各个特征在不同标的上的具体表现，并对波动率在牛市、熊市中的非对称变化做了探索。两篇文章都强调了 Fractionally Integrated Models(fractionally integrated model)对波动率的解释作用。由于两篇

文章思路大致相仿，我们将遵照第一篇文章的顺序对重要的实证结论做展示。

## 2.1 收益数据来源和波动率构造方法

Andersen 2001a 的主要研究对象是 DM/\$和 Yen/\$自 1986 年 12 月 1 日到 1996 年 12 月 1 日，共 3653 个交易日的日内 5 分钟 log return。该时序构造自 Olsen and Associates 提供的 tick 报价：每个 5 分钟 bar 的收盘价由最近两个 tick 的 bid-ask 中间价几何平均而来。数据剔除了周末、节假日期间市场不活跃的时间段，并对个别交易日内 tick 数据缺失的情况做了处理。最终，两个外汇时间序列共有 704160 个 5 分钟 bar 构成，合计 2445 个完整的交易日。

Andersen 2001b 的主要研究对象是道琼斯工业指数(DJIA)在 1997 年 3 月的 30 支成分股从 1993 年 1 月 2 日到 1998 年 5 月 29 日的日内 5 分钟 log return。数据构造自 Trade And Quote(TAQ) database 统计的来自 NYSE、AMEX、NASDAQ 三个交易所的聚合 tick 报价，5 分钟 bar 收盘价的构造方法和外汇类似(股票的成交时间间距普遍大于外汇，这会向基于相邻 tick 的 interpolation 中引入人为的负相关性，作者对此做了调整)。最终，研究对象为 30 个 5 分钟 bar 时间序列，每个时间序列长度为 107, 914，覆盖 1366 个完整的交易日。

基于 5 分钟收益序列，作者构建了多种波动率度量方法，包括

- 收益的日方差(var)。每个交易日的日方差为当日所有 5 分钟 bar 的收益的平方和。需要注意的是作者在计算方差时将均值假定为 0。这么做一是因为所有考察的时间序列 5 分钟收益均值和 0 的差别不统计显著，二是因为有研究表明即使真实的收益均值不为 0，假设其为 0 仍能极大地缩小方差估算的波动。
- 收益的日标准差(std)。即当日日方差的平方根。
- 收益的 log 标准差(log\_std)。即当日日标准差的 log。
- 收益的日内协方差(cov\_i\_j)和日内相关性(corr\_i\_j)。即当日标的 i 和标的 j 日内 5 分钟收益的皮尔森相关系数。在计算 Covariance 同样假设各自均值为 0。

为便于讨论，我们将上述测度笼统地称为 Realized Volatility(RV)。在探讨具体某一项测度的性质时，我们会具体阐明其简称。

## 2.2 用高频收益序列还原真实波动率的理论基础

作者指出，尽管波动率无法被直接观测，（在高频收益自相关性很低的假设下）通过高频收益计算得到的 RV 是真实波动率的良好替代。其理论基础如下：

假设 log 价格服从下述随机过程（该模型是一个普适性非常强的价格模型，对价格的要求仅有无记忆性/memoryless property，这和有效市场假说基本一致），

$$d\log p_t = \sigma_t dW_t$$

其中  $W_t$  为布朗运动， $\sigma_t$  是个满足恰当平滑条件的随机过程，且两者相互独立。那从  $t = 0$  到  $t = 1$  时间内，log return 服从如下分布

$$r_t = \log p_t - \log p_{t-1} = \int_{\tau=0}^{\tau=1} \sigma_{t+\tau} dW_{t+\tau}$$

这段时间内 log return 的波动率等于

$$\sigma_{t,1}^2 = \int_0^1 \sigma_{t+\tau}^2 d\tau$$

这就是标的收益在这段时间内真实的波动，学界称之为 integrated volatility。

由于无法观测到 $\{\sigma_t\}$ ，我们自然无法计算真实波动。所幸 Barndorff-Nielsen & Shephard(1998)指出，只要 $\{r_t\}$ 序列没有自相关性，且 $\{\sigma_t^2\}$ 是个连续的随机过程(等价于 $\sigma_t$ 满足 cadlag 条件)，高频收益的平方和会向真实波动收敛，即：

$$plim_{K \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{j=K} r_{t+\frac{j}{K}}^2 = \sigma_{t,1}^2$$

(关于收敛速度的讨论请见 Barndorff-Nielsen & Shephard(1998))

用通俗的语言来讲，即假设价格和波动率可以被一些普适性模型捕捉，那只要收益序列够高频，一段时间内收益的平方和就可以还原标的的真实波动率。

现实当中如果价格序列采样过于频繁，获得的数据点有可能收到市场微观结构噪音的污染。作者认为 5 分钟的频率是波动率测量收敛和高频噪音污染间一个较好的平衡点，但这个判断是个“基于经验的判断(largely empirical)”，作者并没有给出更多的理论支持。考虑到后续大量的实际波动率研究都采用了类似的频率，且该频率也在业界广泛使用，我们认为基于 5 分钟 bar 的构造方法是合理的。

## 2.3 波动率的单变量分布

### 2.3.1 日标准差大致呈对数正态分布

Andersen 2001a 发现，DM/\$和 Yen/\$两个外汇的各个 RV 测度有如下特征：

1. 日方差右偏明显，偏度在 3.5 以上；日标准差右偏略小些，在 1.5-2.0 之间；log 日标准差的偏度很小，在 0.5 以下，其峰度在 3.2 左右，接近标准正态分布的 3.0。这一特征说明两件事：

- 1.1 标的收益大概率是异方差的。注意到日方差是高频收益的平方和。如果收益本身是 i.i.d 的，那收益的平方也应该是 i.i.d 的（见下）。根据极限中值定理，收益的平方和在 N 足够多的情况下应该服从正态分布。日方差右偏严重，显然违背正态分布，所以收益 i.i.d 假设有误。但是考虑到收益本身自相关性很低，很难说有足够证据违背了 Independent 的假设。所以大概率是产生收益的分布随着时间有变化。异方差即是其中一种可能性。

- 独立性：  $P(X^2 = a, Y^2 = b)$   

$$= P(X = \sqrt{a})P(Y = \sqrt{b}) + P(X = -\sqrt{a})P(Y = \sqrt{b})$$

$$+ P(X = \sqrt{a})P(Y = -\sqrt{b}) + P(X = -\sqrt{a})P(Y = -\sqrt{b})$$

$$= P(X = \pm\sqrt{a})P(Y = \pm\sqrt{b})$$
- 同分布不言自明

- 1.2 高波动偏离均值的幅度比低波动要大的多。注意到平方根和取  $\log$  都是凸函数，其作用就是使大值和小值之间的差距缩小。日标准差还要经过一次  $\log$  变换才呈现出正态，说明日标准差向上偏离均值的幅度比向下要大得多。
- 2 Correlation 基本呈正态分布，且分布围绕均值颇为紧密。日相关性的均值为 43.5%，标准差为 16%，偏度为 -0.203，峰度为 2.71。这也就是说两个外汇序列的日间相关性有 95% 的概率在 [11.5%, 75.5%] 之间波动。这个值可以帮助我们判断市场系统性风险的大小。

### 2.3.2 股票的波动率比外汇厚尾现象更严重

Andersen 2001b 在权益市场上发现了类似结果。考察的 30 只股票内，多数日方差右偏严重、 $\log$  标准差呈正态分布。更确切地说，30 只股票的  $\log$  日标准差波动偏度的均值为 0.222，说明多数标的日标准差波动围绕均值左右对称；峰度均值为 4.101，对比外汇市场的 3.2 要高出许多，说明股票波动率偏离均值的幅度比外汇更大。

### 2.3.3 股票的波动率归一化收益呈正态分布

Andersen 2001b 还考察了标的收益的分布。不出意料，30 只股票的日  $\log$  收益均值接近于 0，且峰度为 5.908，厚尾现象明显。有意思的是，当用每天的实际波动率（日标准差）对收益序列做归一化处理后（即考察  $\{\frac{r_t}{\sigma_t}\}$  时间序列），该数据集基本呈正态分布。这或多或少为  $d\log p_t = \sigma_t dW_t$  的模型结构提供了证据。

## 2.4 波动率的多变量特征

### 2.4.1 DM/\$和 Yen/\$波动率相关性为 55.3%；股票间波动率相关性多数在 20 %±17%区间内

Andersen 2001a 发现在所有波动率度量方法下，DM/\$和 Yen/\$的日度 RV 相关性都很明显，且幅度一致：日方差的相关性为 53.8%，日标准差相关性为 55.3%， $\log$  标准差的相关性为 51.3%。通俗地说，两个外汇波动率同涨同跌的趋势很明确。这说明波动率可能是由一个共同的因子驱动的。

由此得到的一种建模思路如下：

$$d\log p_t = \lambda \sigma_t dW_t + \Omega_t dV_t$$

其中  $p_t$  是一个  $N \times 1$  的向量，表示  $N$  个资产的  $\log$  price。 $\sigma_t$  是一个表征波动率共有因子的随机过程，在现实中可能对应某个宏观变量对波动率的影响； $\lambda$  也是  $N \times 1$  的向量，表示共有因子在每个标的波动率上的荷载； $dW_t$  表示一个随机误差。 $\Omega_t$  是一个对角矩阵，其中每个元素表征了每个标的独有的波动率成分，也都是随机过程； $dV_t$  是一个  $N \times 1$  维度的随机向量，各个组份为相互独立的布朗运动，表示施加于独有成分的随机误差。同时假设  $V_t, W_t, \sigma_t, \Omega_t$  相互独立。为使模型更直观，考虑  $N = 2$  的情况

$$\begin{aligned} d\log p_{1,t} &= \lambda_1 \sigma_t dW_t + \omega_{1,t} dV_{1,t} \\ d\log p_{2,t} &= \lambda_2 \sigma_t dW_t + \omega_{2,t} dV_{2,t} \end{aligned}$$

我们有收益的表达式

$$\begin{aligned} r_{1,t} &= \int_0^t \lambda_1 \sigma_\tau dW_\tau + \int_0^t \omega_{1,\tau} dV_{1,\tau} \\ r_{2,t} &= \int_0^t \lambda_2 \sigma_\tau dW_\tau + \int_0^t \omega_{2,\tau} dV_{2,\tau} \end{aligned}$$

按照 Quadratic Variation, 该模型下一段时间内的实际波动为

$$\begin{aligned} r_{1,t}^2 &= \int_0^t \lambda_1^2 \sigma_\tau^2 d\tau + \int_0^t \omega_{1,\tau}^2 d\tau \\ r_{2,t}^2 &= \int_0^t \lambda_2^2 \sigma_\tau^2 d\tau + \int_0^t \omega_{2,\tau}^2 d\tau \end{aligned}$$

肉眼观察可得, 两个标的实际波动率的相关性大小既取决于共同因子的大小, 也取决于各自在共同该因子上的荷载。实际波动本身的大小则取决于共同因子的大小、荷载以及独立成分的大小。

Andersen 2001b 考察了 30 只 DJIA 成分股间共 435 个配对的波动率相关性。435 组配对中, 相关性均值为 20.6%, 标准差为 17.2%, 25 分位和 75 分位分别为 8.1%和 32.1%。这说明不同股票的波动率相关性总体比外汇间的低很多。

## 2.4.2 外汇市场波动率和相关系数的相关性在 28%左右; 股票市场多数在 13%±15%区间内

“风险”一词不光指每个标的波动多少, 也指各个标的间的相关性。相关性越高, 意味着资产组合分散风险的作用越差。在市场出现恐慌情绪时, 不仅单个品种的波动率会飙升, 品种间的相关性亦应该大幅提高, 在统计上的表现就是单品种波动率和品种间相关性同涨同跌的趋势很强。

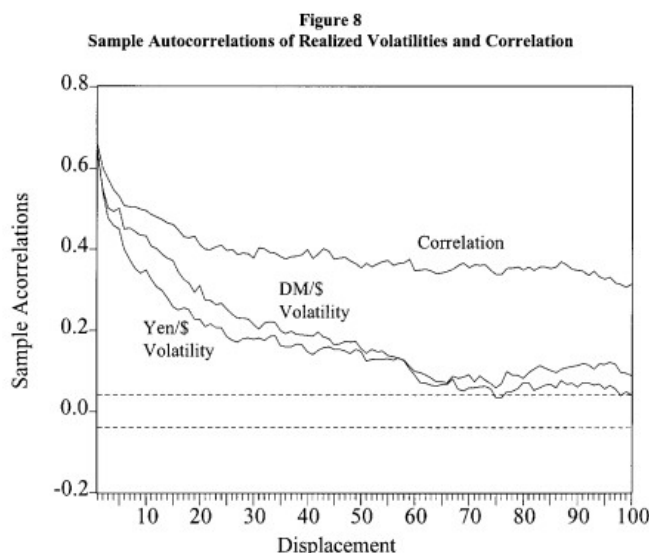
Andersen 2001a 发现 DM/\$和 Yen/\$的相关性和两个外汇的波动率均呈正相关。其中, 相关性和 DM/\$的日标准差相关性为 38.5%, 和 Yen/\$的日标准差相关性为 28.3%。Andersen 2001b 在股票市场上也发现了类似的正相关, 但是总体幅度要低很多。在 30 个标的上, 共可以构建 870 组(30\*20) 【相关性, 日标准差】的配对。这 870 组配对的相关性分布均值为 13%, 标准差为 14.8%, 25 和 75 分位数为 3.2%和 23.6%。这表明股票市场上品种间相关性和单品种波动率的趋同性相对较弱。

## 2.5 波动率的时序特征

### 2.5.1 波动率的聚集效应是指波动率本身而非波动率的变化

波动率最负盛名的特质即是聚集效应: 今日波动率若高于均值意味着明日波动率也更可能在均值之上。两篇文章均为此提供了实证证据: Andersen 2001a 发现两个品种各自的 log 日标准差波动率和相关性的 ACF 均在前 5 个 lag 明显高于 40%; Andersen 2001b 也在 DJIA 成

分股上有类似的发现。不过，我们认为“波动率的聚集效应”一词含义应被进一步明确。“聚集效应”本身指的是波动率本身的自相关性，而非波动率变化的自相关性。想像我们计算标的价格的自相关性而非标的收益的自相关性，我们会发现标的价格的“聚集效应”也很强（第4小节会给出实证证据）。很难说这个结论有什么指导意义。“波动率的聚集效应”给我们的启示是波动率不会跳变。在某种程度上，这是不言自明的。



Notes: The figure shows estimates of the autocorrelation functions of daily realized DM/\$ and Yen/\$ volatilities (*lstd* and *lsty*, in the notation of the text) and correlation (*corr*), through displacement 100. The parallel dashed lines are the 95% Bartlett intervals. The sample period runs from December 1, 1986, until December 1, 1996.

## 2.5.2 波动率的长记忆性：ACF 呈二次幂而非指数次幂衰减

波动率的而另一个广为人知但在实践中常被忽略的特质是其长记忆性。从上一节 DM/\$和 Yen/\$的 ACF 图像中可以看出，即使到了 50 个 lag 左右，自相关性仍然接近 20%。这种长记忆性是无法被单纯的 AR 结构捕捉的。考虑经典的 AR(1)模型，即

$$\sigma_t = \theta\sigma_{t-1} + \epsilon_t$$

不难发现

$$ACF(k) = \theta^k$$

即自相关函数随着 lag 步数指数衰减。这显然和图像表现的长记忆性不符。Andersen 2001b 对 30 只股票的 log std 波动率做了前 22 个 lags 的 Ljung-Box Test，结果发现所有 ACF(22) 均和 0 有统计显著的差别。查阅 ABDL (2001a) 发现，所有股票的 ACF(22) 均在 10% 以上。这也印证了波动率的长记忆性是个普遍现象。

一种能解释长记忆性的模型是 Fractionally Integrated Models (Fractionally Integrated Models)。Andersen et al. 还发现波动率的一些其他特质符合该模型的预言，我们会在后文提到。

需要注意的是，尽管波动率的 lagged auto-correlation 具有长记忆性，但是波动率间的 lagged cross correlation 不具有。这意味着多因子波动率模型中共有因子不应有长记忆性。

### 2.5.3 涨跌对未来波动率变化几乎没有影响

权益市场参与者普遍认为“上涨降波，下跌升波”。这在实证上有证据支持吗？Andersen 2001b 调查了当日股票涨跌和次日实际波动率变化的关系，发现两者相关性几乎为零，且从散点图上找不到明显关系。我们会在后文考察两者的同步关系。

## 2.6 Fractionally Integrated Model 的预言

Fractionally Integrated Model 一般形式如下：

$$\Delta^d y_t = f(\{y_{t-1}\}, \{\epsilon_t\})$$

其中 $\Delta$ 为 differencing 算子， $\Delta = 1 - L$ ，其中 $L$ 为 back-shifting 算子； $d$ 为步长，在该模型下为分数。该模型的原理较好理解：考虑 $\Delta^d$ 的泰勒展开，

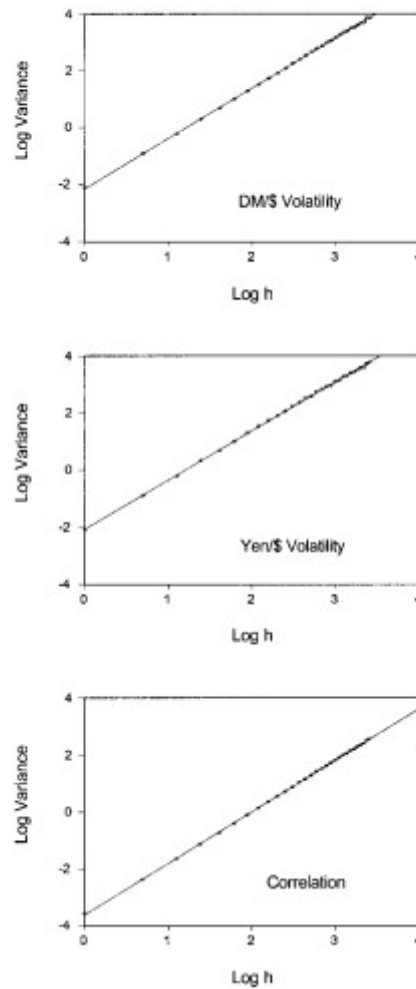
$$\Delta^d = (1 - L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!}L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3 + \dots$$

这会使得当前项直接受到所有过去项的影响（即与 PACF 在所有 lag 上均不为 0），这和经典的 ARIMA 模型形成鲜明对比。也正是因此，其自相关性随着 lag 增大衰减会更慢。

除了长记忆性，一些其他实证证据也符合 Fractionally Integrated Model 的预言，例如：

- 这类模型是“自相似”的，即任何一个 Partial Sum 也符合 Fractional Integration Degree =  $d$  的同类模型。Andersen 2001a 对 5 天、10 天、15 天、20 天的聚合实际波动率做了谱分析，发现由此估算所得的  $d$  和由 1 日波动率估算所得十分相似，都在 0.4 附近。
- 这类模型中 Partial Sum 的方差会随着覆盖的 lag 数量  $h$  呈  $h^{2d+1}$  速度增长，而聚合波动率的方差和这一结果惊人地吻合，拟合效果见下图

**Figure 11**  
**Realized Daily Volatilities and Correlation:**  
**Variance of h-fold Partial sums as a function of h**



Notes: The figure shows the logarithm of the variance of partial sums against the logarithm of the aggregation levels,  $h = 1, 2, \dots, 30$ , for the DM/\$ and Yen/\$ daily realized volatilities and correlation. In the notation of the text, the top panel shows  $\log(\text{Var}[\text{lstdd}_t, J_h])$ , the middle panel shows  $\log(\text{Var}[\text{lstdy}_t, J_h])$ , and the bottom panel shows  $\log(\text{Var}[\text{corr}_t, J_h])$ . The sample period runs from December 1, 1986, until December 1, 1996.

- 波动率的 $d$ 似乎有普遍性：Andersen 2001b 发现 30 只股票日度 log 标准差时序各自的  $d$  均值为 0.377，标准差仅 0.038，这和外汇市场上  $d = 0.4$  上下基本一致。



## 3. 我国市场的实际波动率初探：实证实验设计

### 3.1 思路设计

回顾两篇经典文献，我们收获以下重要思路：

1. 波动率的单变量分布基本呈 log-normal，但是这在很大程度上是因为凸变换的结果。每个标的波动率贴合 log-normal 的程度不同，程度越差的厚尾现象越明显，高波动偏离均值的幅度越大，可能的交易机会越丰富。
2. 日收益率在经过波动率归一化处理后大致呈正态分布。这可能对因子归一化有指导意义。
3. 波动率间相关性是存在的，但不同市场上该相关性幅度不同，同一市场上不同标的配对间的波动率相关性水平亦不同。这种结构值得探索，因为它能帮助波动率交易者较好地分散风险。
4. 波动率和品种间相关性亦存在正相关，但不同市场的正相关幅度不同。这种相关性是市场“脆弱程度”的指标，即极端行情来临时分散风险会在多大程度上失效。
5. 时序层面，波动率的聚集性不一定对交易有指导意义，但其长记忆性能对建模提出有效指导。另外对于其均值回归特性，由于均值难以估算，我们回顾的两篇文献均未做探讨。

我们认为上述每一点都对实际交易有些许帮助。因此我们将在国内期货市场上围绕这五点展开实证研究。在开展实证研究之前，我们需要确定重点关注的品种和交易对，以便在全局分析之上突出局部重点，解决市场参与者真正关心的问题。

### 3.2 重点品种和交易对筛选

单个品种上，我们应该着重关注市场关注度高、交易便捷且交易机会较多的。我们做如下筛选：

1. 对所有有期权的品种，统计其 2020 年以来日均期权成交额，从大到小排序并取前 10 名。这一步能筛选出期权市场关注度高的品种。
2. 对所有品种统计 2010 年以来单目年化 RV 的均值，按照黑色、有色、化工、农产品、软商品、贵金属六个版块分类，每个版块从大到小排序并取前 2 名。这一步能筛选出各个版块内交易机会较多的品种。

（单目年化 RV 的构造方法是将每日 5 分钟的 log 收益取平方和，再年化、取平方根。）

交易对上，我们既要相关性高的，也要相关性低的，还要看常见的套利组合。我们计算所有交易对自 2010 年以来的相关性，分版块排序，选取每个版块中相关性特别高和特别低的，并将常见的套利组合纳入其中。为减少计算量，我们采用了 2010 年以来 4h bar 计算相关性。4h bar 将期货每个交易时间段自然切割。

### 3.2.1 品种筛选结果

2020 年以来所有商品期权品种日均成交额如下图。排名前十的品种包括黑色系的 RB、I，化工中的 SC、TA，有色 CU，贵金属中的 AG、AU，农产品中的 P、M，和软商品中的 CF，总体上看在板块间分布均匀。总成交额上看，排名第一的 SC 期权日均成交 2 亿元，铁矿石期权日均成交 1.8 亿。近年来我国商品市场蓬勃发展，铁矿石期权在 2023 年 4 月 13 日成交额以超 3.1 亿元，相较统计的日均已有大幅提高。

各品种日均期权成交额统计（元）				
2020年1月1日起				
品种	起始日期	结束日期	数据点	日均期权成交额
SC	2021/6/21	2023/4/13	442	207,156,506
I	2020/1/2	2023/4/13	795	181,925,702
P	2021/6/18	2023/4/13	443	118,809,445
M	2020/1/2	2023/4/13	795	105,562,371
CU	2020/1/2	2023/4/13	795	103,821,940
RB	2022/12/26	2023/4/13	72	88,994,980
AU	2020/1/2	2023/4/13	795	61,208,205
TA	2020/1/2	2023/4/13	795	60,377,751
AG	2022/12/26	2023/4/13	72	58,648,940
CF	2020/1/2	2023/4/13	795	56,939,047
RU	2020/1/2	2023/4/13	795	53,092,958
MA	2020/1/2	2023/4/13	795	40,079,450
AL	2020/8/10	2023/4/13	650	35,177,560
SR	2020/1/2	2023/4/13	795	33,743,884
OI	2022/8/26	2023/4/13	152	31,718,758
ZN	2020/8/10	2023/4/13	650	29,854,548
Y	2022/8/8	2023/4/13	166	29,399,195
ZC	2020/6/30	2023/4/13	679	29,106,439
C	2020/1/2	2023/4/13	795	25,358,221
PG	2020/3/31	2023/4/13	738	16,124,900
V	2020/7/6	2023/4/13	675	14,095,377
PK	2022/8/26	2023/4/13	152	13,453,508
RM	2020/1/16	2023/4/13	785	11,082,813
L	2020/7/6	2023/4/13	675	10,283,598
PP	2020/7/6	2023/4/13	675	10,266,815
SI	2022/12/23	2023/4/13	73	7,948,434
A	2022/8/8	2023/4/13	166	6,598,715
B	2022/8/8	2023/4/13	166	6,063,170

从波动率大小上看，前 10 名以化工中的油品、芳烃和黑色中的炉料为主；后十名包括有色中的铜、铝，贵金属中的黄金，农产品中的作物和菜油，以及国债期货。

品种RV排序（仅展示前10名和后10名）					
当日RV计算自5分钟log return的平方和，年化系数根据交易时间调整					
品种	起始日期	结束日期	数据点	RV均值	RV标准差
LU	2020/6/22	2023/4/13	683	35%	16%
I	2013/10/18	2023/4/13	2312	35%	14%
FU	2010/2/1	2023/4/13	2382	33%	30%
PG	2020/3/30	2023/4/13	739	32%	12%
SC	2018/3/26	2023/4/13	1228	32%	17%
JM	2013/3/22	2023/4/13	2447	30%	16%
SA	2019/12/6	2023/4/13	813	29%	13%
EB	2019/9/26	2023/4/13	859	28%	14%
BU	2013/10/9	2023/4/13	2313	28%	15%
J	2011/4/15	2023/4/13	2918	27%	15%
CU	2010/2/1	2023/4/13	3206	16%	10%
OI	2010/2/1	2023/4/13	3206	15%	8%
CS	2014/12/19	2023/4/13	2023	14%	6%
A	2010/2/1	2023/4/13	3206	14%	7%
SR	2010/2/1	2023/4/13	3206	14%	7%
AL	2010/2/1	2023/4/13	3206	14%	9%
AU	2010/2/1	2023/4/13	3206	12%	8%
C	2010/2/1	2023/4/13	3206	10%	5%
T	2015/3/20	2023/4/13	1965	3%	2%
TF	2013/9/6	2023/4/13	2335	2%	2%

结合两张表单，排除相关性特别高的品种，我们共选出以下重点关注对象：黑色中的 RB、I、J、SA，化工中的 SC、LU、PG、TA，有色 CU、AL，贵金属 AG、AU，软商品 CF，共 15

个。

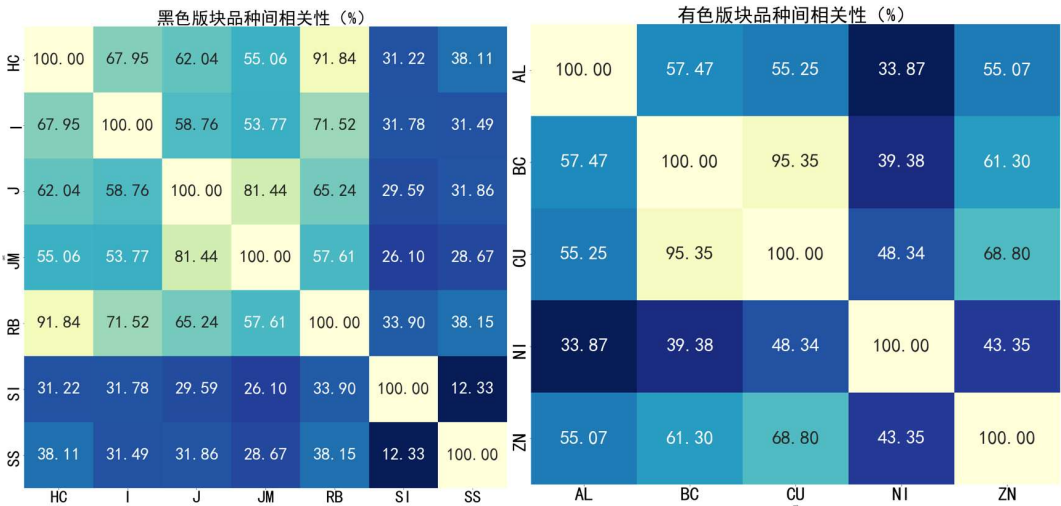
### 3.2.2 交易对筛选结果

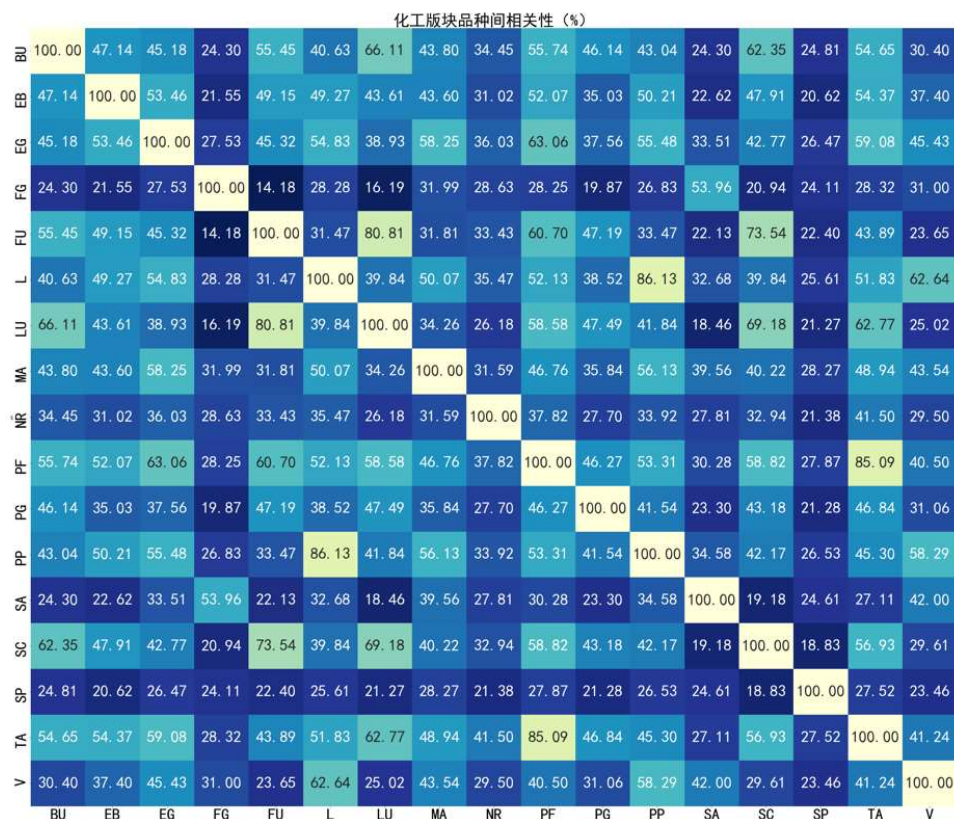
我们在当前 70 余个期货品种（包括金融期货）中挑出市场覆盖较多的品种 53 个，计算共 1378 ( $53 \times 52 / 2 = 1378$ ) 个配对的相关性。结果发现，所有交易对的相关性有如下分布：

均值 21.7%，标准差 16.5%。25 分位 10.8%，中位数 19.8%，75 分位数 30.8%。

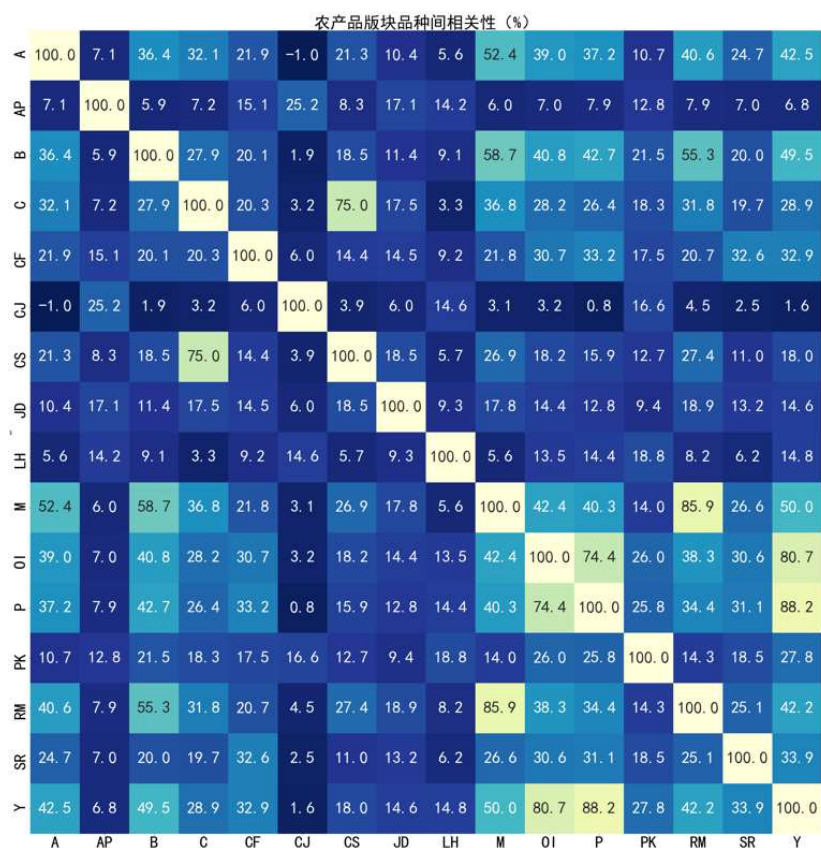
这给我们分版块筛选相关性高、低的交易对提供了评判标准。

黑色版块中，炉料-成材产业链的相关性普遍高于 50%，而不锈钢、工业硅与剩余的相关性普遍低于 30%。不出意外的，J-JM 相关性高达 81.44%，RB-HC 相关性高达 91.84%。铁矿石与其他品种相关性基本不高于 70%。有色板块中，NI 和其余品种的相关性较低，在 40%左右；沪铜和铝相关性为 55.25%，在同板块中不高，和 ZN 相关性为 68.80%，相对较高。总的来说，黑色、有色版块的相关性多数在 50%以上，总体上较高。





化工版块中低相关交易对出现得更频繁：例如 SP、SA、FG、NR 和其他品种相关性普遍在 20%左右。剩余品种间相关性多数在 30-60%之间，相对较高。农产品（包括软商品）是相关性最低的一个版块，普遍在 5-20%之间。



最终，我们选取了以下交易对做重点关注。其中包含几组相对不常见的：V-FG 因两者需求都受地产影响；V-SA 的相关性比 V-FG 更高，因此也加入其中。SA-SC 本身关系不大，作为化工版块相关性较低的配对入选。AP-CF 入选是因为相关性仅 15%，且两者在近两年都出过单边行情，都受到过市场高度关注。

重点关注交易对选取				
交易对	版块	是否同板块	是否同产业链	相关性
HC,RB	黑色	是	是	高
I,J	黑色	是	是	中
I,RB	黑色	是	是	高
CU,NI	有色	是	否	中
CU,AL	有色	是	否	中
CU,ZN	有色	是	否	高
V,SA	化工	是	是	高
V,FG	化工	是	否	中
SA,SC	化工	是	否	低
BU,SC	化工	是	是	高
TA,EG	化工	是	是	高
AP,CF	农产品	是	否	低
Y,P	农产品	是	是	高
LH,M	农产品	是	是	否
LH,JD	农产品	是	否	低

## 4. RV 的实证结果

### 4.1 RV 单变量分布

#### 4.1.1 RV 大多呈对数正态分布；股指、BU、PF 的 RV 厚尾现象明显

下页表格统计了 RV 的一至四阶矩和 logRV 的三阶、四阶矩（四阶矩为 0 表示厚尾程度和标准正态分布一致）。对比不难发现，在 log 变化之下三阶矩基本降为 0，即 logRV 基本围绕均值对称；四阶矩也多数与 0 非常接近，说明多数品种的 RV 在 log 变化下厚尾基本消失。注意到仍有品种的 logRV 四阶矩绝对值在 1 以上：化工中的 BU、PF，农产品中的 AP、SR，黑色中 SS，金融中的 IF、IC、IH 和两年期国债期货。注意到 logRV 峰度高的品种 RV 的偏度也高，这说明厚尾是由高波动造成的。一个简单的启示是，高峰品种的高波动偏离均值幅度会比其他品种更大，在做压力测试时波动率的压力值应该对应更大的 z-score。

令人意外的是，RV 均值较高的 SC、FU 的 logRV 峰度并不高。这可能意味着原油波动尽管较大，但在极端情况下波动上升的幅度比较有限。在做压力测试时推荐基于基本面判断选择点位。

logRV大致遵循正态分布							
品种	RV均值	RV标准差	RV偏度	RV峰度	LogRV偏度	LogRV峰度	版块
BU	27.9	15.5	2.7	15.1	-0.8	2.5	化工
PF	24.6	10.5	3.2	18.8	0.9	1.7	化工
AP	22.8	10.4	2.1	10.2	-0.2	1.6	农产品
SS	23.1	12.5	4.1	31.8	0.5	1.3	黑色
T	3.4	1.8	4.0	30.2	0.7	1.2	金融
SR	13.6	6.7	4.4	47.1	0.4	1.2	农产品
IC	22.2	17.5	3.9	22.9	0.9	1.2	金融
IH	18.7	13.3	4.1	26.6	0.6	1.2	金融
IF	19.2	12.4	4.0	28.2	0.6	1.1	金融
CU	16.2	9.6	3.5	20.5	0.6	1.1	有色
BC	18.7	8.1	2.4	9.6	0.5	0.9	有色
SC	31.9	17.4	2.6	10.4	0.5	0.9	化工
M	16.5	8.8	2.9	16.1	0.5	0.8	农产品
RM	20.2	9.2	2.9	19.6	0.5	0.8	农产品
NR	26.2	11.4	2.3	9.1	0.7	0.6	化工
AU	11.7	8.3	3.7	25.8	0.4	0.6	贵金属
LU	35.1	16.4	2.8	17.2	0.3	0.6	化工
EB	28.3	14.2	3.0	20.2	0.1	0.6	化工
ZN	18.6	10.3	2.6	14.1	0.0	0.6	有色
MA	22.6	11.1	2.3	12.8	-0.2	0.6	化工
EG	25.7	12.4	2.1	6.4	0.4	0.6	化工
L	19.3	8.9	2.3	8.8	0.5	0.5	化工
TA	20.5	10.8	2.5	11.9	0.2	0.5	化工
TF	2.4	1.5	3.2	17.7	0.7	0.5	金融
Y	16.6	8.2	2.4	10.9	0.4	0.4	农产品
PK	17.7	8.3	2.1	6.7	0.6	0.4	农产品
SA	28.8	13.3	1.7	4.6	0.0	0.4	化工
OI	15.2	8.0	2.4	12.1	0.2	0.4	农产品
PP	19.4	8.8	2.0	7.1	0.4	0.4	化工
I	34.7	14.1	1.5	4.5	0.0	0.3	黑色
JD	17.7	8.5	2.4	12.5	0.5	0.3	农产品



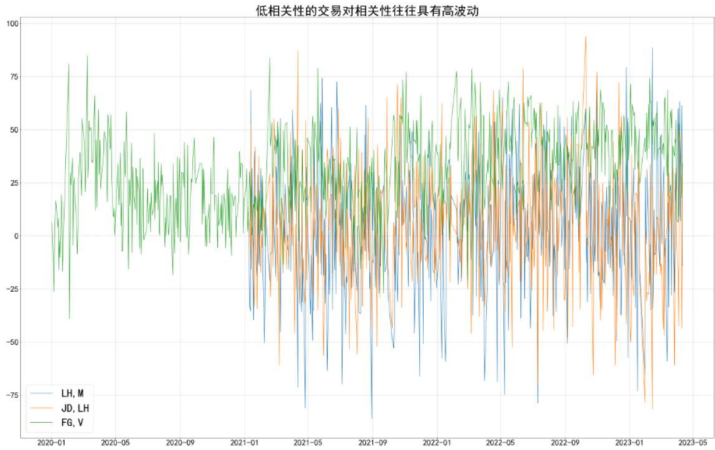
### 4.1.2 相关性高的品种对的价差仍会走出单边行情，但单边幅度和相关性并非单调关系

重点交易对的日相关性分布数据如下（每日的相关性由 5 分钟 log-return 数据计算所得）。有意思的是，两个品种间相关性越高，这种关系往往越稳定：将每个交易对的日相关性均值除以标准差，发现所得的结果排序和相关性均值大小排序基本一致！同时我们还发现，相关性均值越高的交易对越左偏，其厚尾现象也越严重。

从交易角度理解，上述特质揭示了不同策略的风险点。高相关性的品种常被用作统计套利——从相关性均值远大于标准差这一角度看，这类策略有强有力的实证支持。然而，左偏、厚尾意味着在少数时间里相关性会大幅减弱，此时价差往往会走出单边行情。研究价差单边行情背后的基本面驱动因素便对风险判断十分重要。另外，注意到相关性均值/标准差和偏度的关系并不严格单调，这意味着有些交易对拿来统计套利可能具有更高的性价比。

低相关性的品种常用来分散风险。经典的 CTA 策略便要求多个相关性低的品种（见 Following The Trend 一书）。然而，低相关性均值的交易对往往具有高相关性标准差，这意味着分散风险的效果可能在部分市场环境下大幅变差。以 LH-M 为例，尽管相关性均值仅有 4%，但观察时序图会发现 50%以上的正相关性和-50%以上的负相关性并不罕见。JD-LH, FG-V 的情形类似。这告诉我们在选择低相关性品种时不应只关注总体相关性，更应该关注相关性的时序变动。

相关性分布验证						
交易对	相关性均值	相关性标准差	相关性均值/标准差	相关性偏度	相关性峰度	同一产业链
P, Y	82%	13%	6.3	-2.25	10.27	是
HC, RB	81%	15%	5.3	-2.16	6.19	是
I, RB	67%	16%	4.3	-1.07	1.50	是
CU, ZN	62%	20%	3.1	-0.76	1.06	否
I, J	57%	18%	3.2	-1.21	2.70	是
EG, TA	52%	18%	2.9	-0.43	0.66	是
BU, SC	52%	22%	2.3	-0.75	1.11	是
CU, NI	51%	20%	2.5	-1.28	3.64	否
AL, CU	47%	23%	2.0	-0.44	0.47	否
SA, V	31%	22%	1.4	-0.18	-0.29	是
SA, SC	23%	22%	1.0	-0.54	1.66	否
FG, V	23%	21%	1.1	-0.07	-0.09	否
AP, CF	12%	23%	0.5	-0.01	0.54	否
JD, LH	4%	26%	0.2	0.05	0.55	否
LH, M	4%	28%	0.1	-0.18	0.32	是



### 4.1.3 日收益经过 RV 归一化后大致呈正态分布，说明收益的肥尾是异方差造成的

参考 Andersen 2001b，我们对每个标的日收益用当日 RV 归一化（此处 RV 为当日 5 分钟收益平方和的标准差，不经过年化）并考察其分布。结果发现，大部分品种的归一化日收益偏度基本为 0，左右对称；峰度最大值不超过 -0.074，肥尾现象消失殆尽。这说明：收益的肥尾主要是异方差性质造成的——对波动率的波动有把握就能对极端风险有所控制！

当然，也要注意归一化收益本身的可预测性不高：均值/标准差和最高也仅 11%；归一化日收益的 95%概率区间大致都在[-2, 2]左右。我们能做到的就是对波动率做好预测，再根据 2 个 z-score 去推算收益率的压力值。

归一化后日收益（日收益/单日RV）的分布					
品种	均值	标准差	均值/标准差	偏度	峰度
IC	0.112	1.006	11%	0.040	-0.109
LU	0.079	1.018	8%	-0.079	-0.128
PG	0.067	1.012	7%	-0.074	0.086
I	0.059	0.947	6%	0.067	-0.247
SC	0.051	1.030	5%	-0.039	-0.308
SA	0.038	0.970	4%	0.208	-0.074
AU	0.037	0.997	4%	-0.036	-0.608
M	0.034	0.954	4%	-0.004	-0.522
IF	0.030	1.026	3%	0.126	-0.035
IH	0.027	1.012	3%	0.088	-0.168
CU	0.026	0.984	3%	0.030	-0.365
RB	0.023	1.000	2%	0.013	-0.371
P	0.015	0.976	2%	0.006	-0.404
J	0.013	0.974	1%	0.005	-0.228
TA	0.011	0.949	1%	0.082	-0.247
AL	0.004	0.951	0%	0.029	-0.268
CF	0.003	0.932	0%	-0.007	-0.284
AG	0.001	0.954	0%	0.025	-0.093

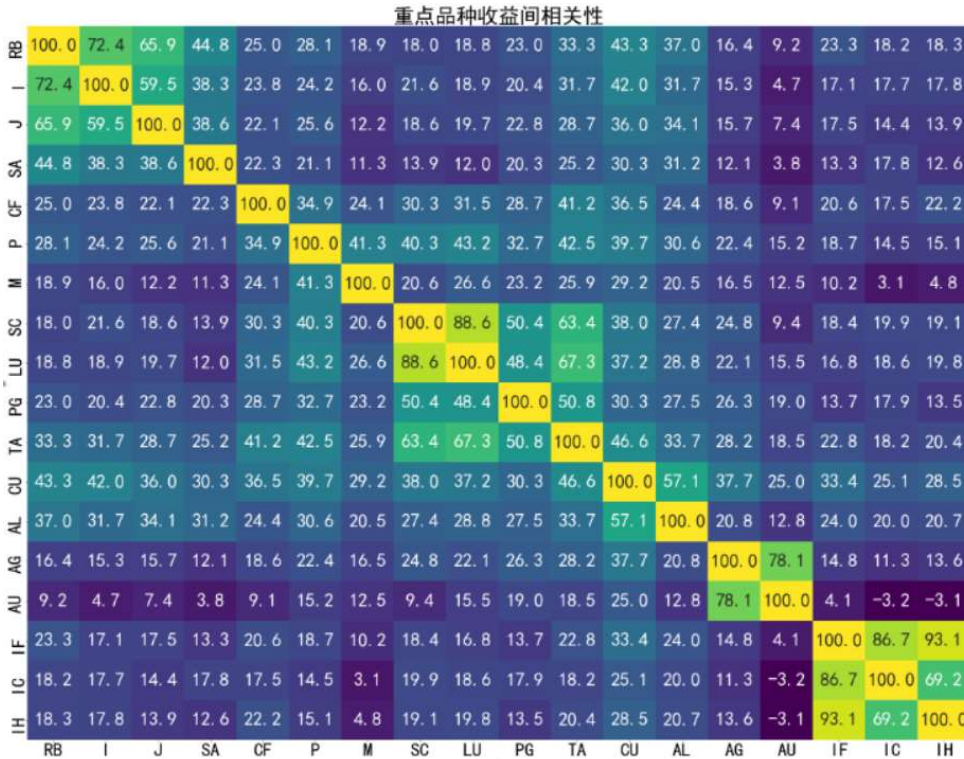
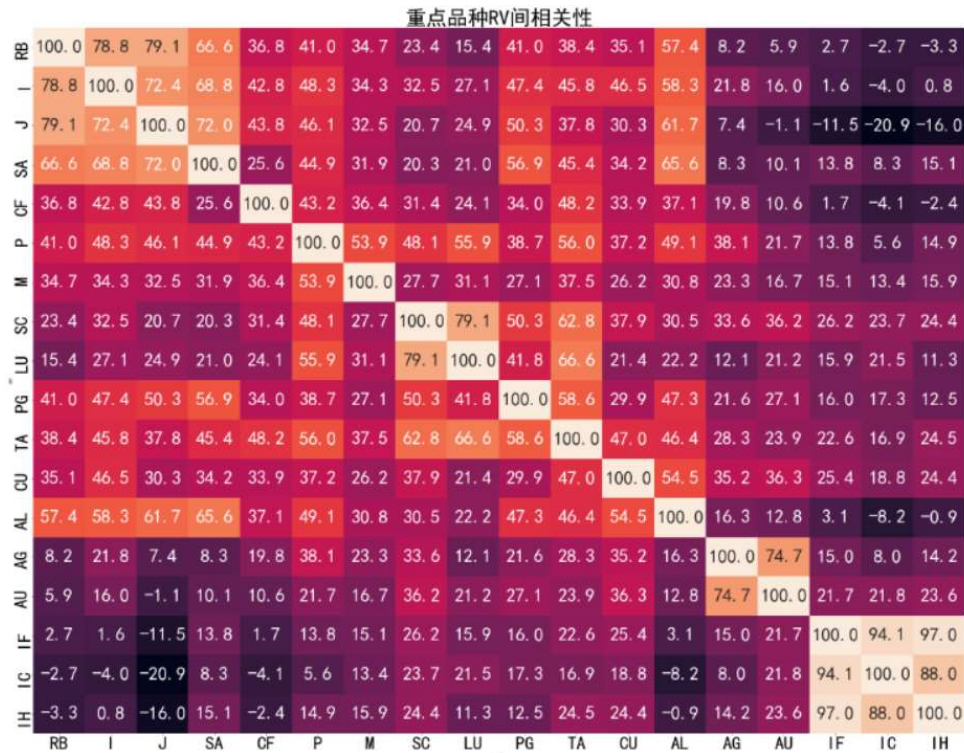
## 4.2 RV 多变量特征

### 4.2.1 RV 间的相关性普遍比收益更高，但也存在收益正相关、波动率负相关的品种对

品种之间不仅收益存在着相关性，波动率亦存在相关性，且波动率相关系数大多比收益相关系数更高。下面两张热力图罗列了重点品种间的日收益、日波动率相关性，不难发现波动率间相关系数鲜有小于 20%的，多数在 30%到 50%之间；而日收益率的相关性则多在 10%-40%

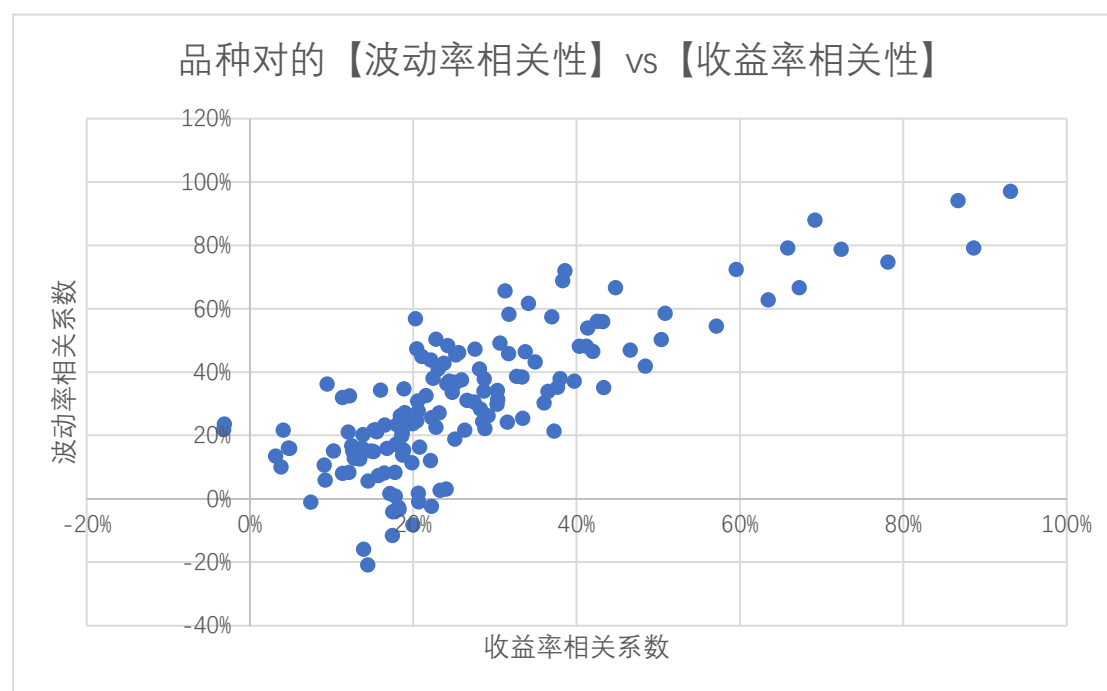


间。股指当中这一现象尤为明显：IC-IH 日收益率的相关性为 70%，但波动率相关系数高达 88%。如 Andersen 2001a 所言，这指向了相关性 common-factor 模型。



一个有意思问题是：收益相关性越高的品种对，波动率相关性是否也越高？下图展示了重点

品种间的这一线现象。我们共考察了 153 个品种对 ( $153 = 18 \times 17 / 2$ )，发现这一规律大致成立。需要注意的是，这一现象在收益率相关性高的品种对间要更明显；在低相关性品种对间甚至会出现日收益正相关，日波动负相关的情况，例如 IC-J, IH-J。从理论上说，这些品种对上用期权做套利可能会比其他品种更安全。例如，考虑多 IC 空 J 的组合，投资者表达的观点可能是 IC 中的煤炭企业在产业中具有优势地位，利润上涨幅度会超过 J 价格上涨的幅度。投资者若希望收取时间价值，可以同时卖出 IC put 和 J call。虽然看似两腿卖权风险很大，但考虑到两腿的 delta 和 iv 上相关性都为负，实际风险会比压力测试揭示的要小很多。此类品种可能构成交易机会。



#### 4.2.2 高波动会削弱市场的风险能力，但在个别品种对上有例外

仿效 Andersen 2001b，我们将波动率高时相关性也更高的现象称之为 Volatility-in-Correlation Effect。对每个重点关注的品种对，我们计算相关系数和单个品种波动率的相关性，结果发现：

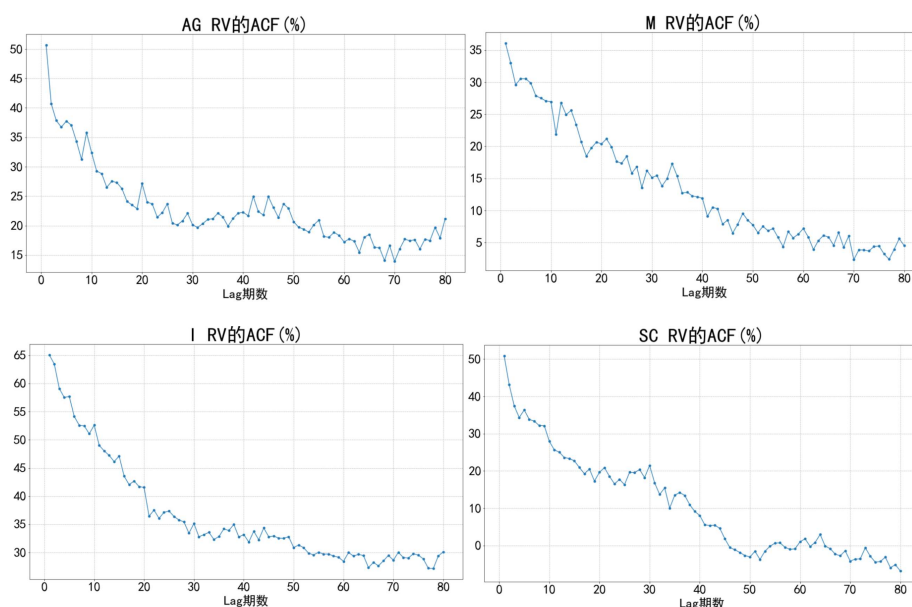
- 收益相关性越高的品种对总体上 Volatility-In-Correlation Effect 越强，但是关系并不严格单调。收益相关性本身较低的品种对上，高波动还会削弱品种间相关性，例如 LH-M。这意味着低相关性品种对里，单个品种走出大行情对另一个品种影响较小；反之在高相关性品种里，单个品种走出大行情另一个品种跟随的趋势会比平时更紧。从交易角度理解，这意味着类似卷螺差这样的配对在市场出现单边行情时反而会更稳固，适合做反转；而农产品中不同产业链的配对则在单边市场里也会走单边适合做趋势。
- Volatility-in-correlation Effect 的力度在两个品种上有些区别，但总体是一致的。

Volatility-in-Correlation Effect 探索： 品种对的相关性在单个品种波动率高时是否更高？			
品种对	收益相关性均值	Vol-in-Corr_品种1	Vol-in-Corr_品种2
P, Y	82%	37%	37%
HC, RB	81%	43%	44%
I, RB	67%	37%	38%
CU, ZN	62%	40%	33%
I, J	57%	25%	28%
EG, TA	52%	38%	45%
BU, SC	52%	39%	46%
AL, CU	47%	30%	48%
SA, V	31%	35%	29%
SA, SC	23%	11%	13%
FG, V	23%	35%	34%
AP, CF	12%	8%	16%
JD, LH	4%	11%	11%
LH, M	4%	-6%	3%

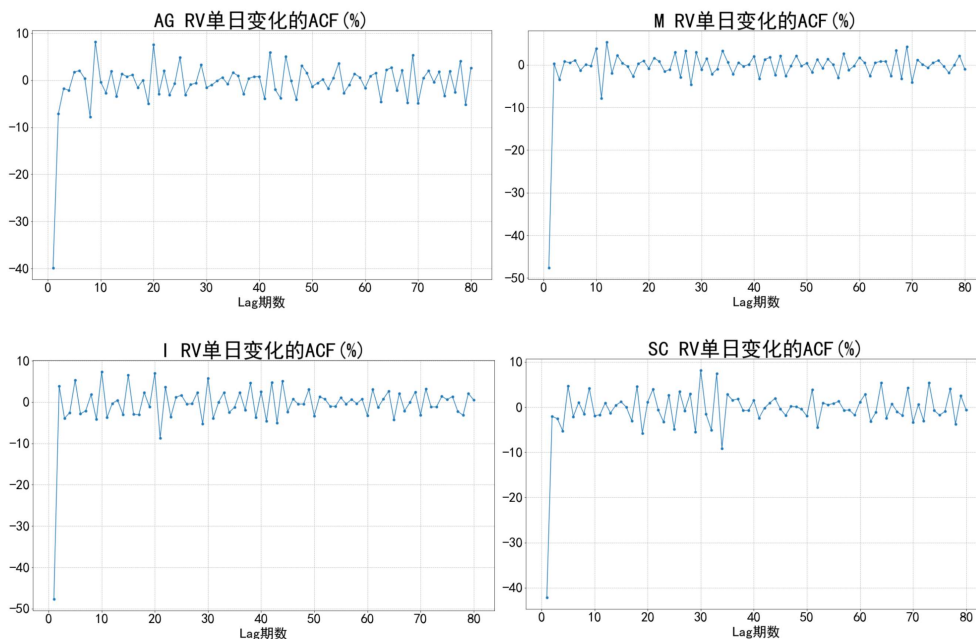
## 4.3 RV 的时序特征

### 4.3.1 波动率 ACF1 在 30-60%之间，波动率变化的 ACF1 在-40%左右

下方展示了近期市场关注度较高的四个有期权的品种 RV 的自相关性函数 (ACF)。不难发现聚集性确实存在：1 个 lag 上，最低的豆粕 RV 自相关性也达到了 35%，最高的 I 有 65%，这也说明 I 的波动在短期内的持续性比 M 强。在 20 个 lag 上，AG、SC、M 都在 20%左右，I 在 40%左右，说明商品的波动持续一个月以上的概率比一个月以下要高。



但是，聚集性指的是波动率本身的聚集性，而非波动率变化的聚集性。波动率单日变化和上一日的变化负相关性在-40%到-50%之间，再往前则基本不存在相关性。上面四个品种 RV 单日变化的自相关性函数如下。另外统计所有重点品种波动率变化的自相关性，也能得到类似的结论。



波动率的变化自相关性约在-40%左右，不存在聚集性

品种	RV均值	RV_ACF1	RV_chg_ACF1
LU	35.1%	26.0%	-52.1%
I	34.7%	65.0%	-47.7%
PG	32.2%	46.9%	-51.8%
SC	31.9%	50.8%	-42.2%
SA	28.8%	74.6%	-43.1%
J	26.7%	74.3%	-45.0%
IC	22.2%	78.6%	-44.4%
TA	20.5%	56.7%	-44.2%
P	20.4%	56.9%	-48.3%
RB	19.5%	67.8%	-48.0%
IF	19.2%	68.3%	-45.9%
AG	19.1%	50.7%	-39.9%
IH	18.7%	69.3%	-41.5%
M	16.5%	36.1%	-47.6%
CF	16.3%	69.1%	-41.1%
CU	16.2%	47.5%	-48.7%
AL	13.5%	67.2%	-39.4%
AU	11.7%	28.3%	-47.5%

这意味从波动率交易的角度，RV 高 ACF 并无太大用处（价格也有很高的自相关性，但没太大实际意义）。反倒是 RV\_change 一个 lag 上的高负相关性体现了波动率均值回归的特征。我们接下来探索这一结构的特征。

### 4.3.2 RV 的向下均值回归趋势比向上的要明显得多

这一节我们想说明两件事：

1. RV 均值回归的特质十分明显，且向下回归的趋势比向上回归要强得多。下表统计了 RV



次日变化和当日 RV-HV30 的相关性,发现对所有重点关注品种,负相关性均超过-40%。将数据进一步拆解成当日 RV>HV30 和<HV30,发现当 RV>HV30 时,次日 RV 变化和当日 RV-HV30 的负相关性均在-50%以上;但当 RV<HV30 时,负相关性下降到-15%到-20%之间。通俗地说,高波动的不可持续性比低波动要强得多。

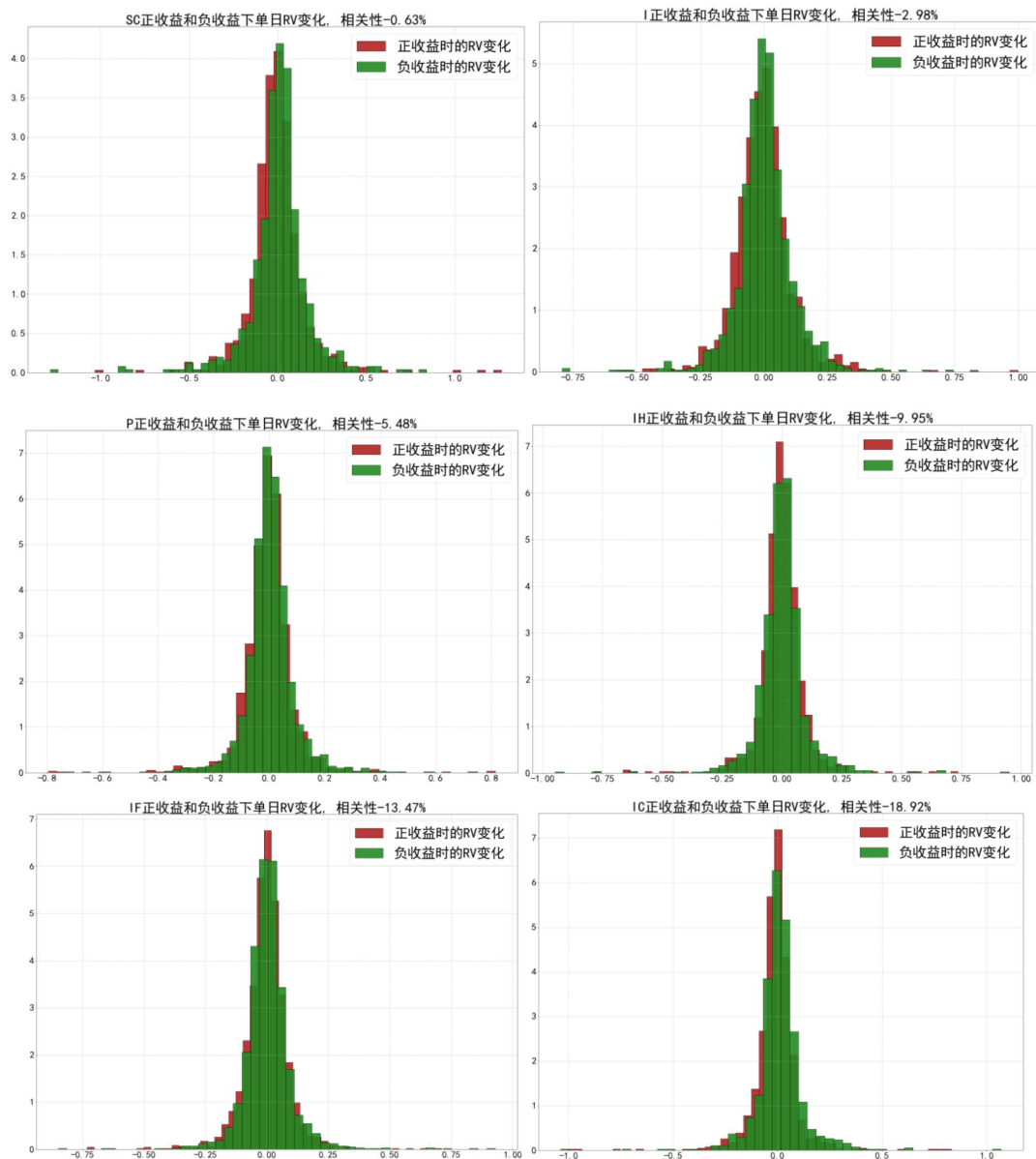
2. 这和上一节提到的明日 RV 变化和今日 RV 变化呈负相关不是同一件事。我们考察当日 RV 变化和当日 RV-HV30 的距离,发现两者相关性在 50%左右。这说明一项指标能解释另一项指标大约 25%的波动。考虑到两个指标的同时性,我们不认为他们捕捉了相同的信息。

RV均值回归特性考察				
品种	RV次日变化 当日RV-HV30的相关性	RV-HV30>0时 相关性	RV-HV30<=0时 相关性	RV当日变化和RV-HV30的相关性
RB	-49.9%	-56.1%	-17.8%	55.8%
I	-48.2%	-52.6%	-14.6%	53.6%
J	-48.7%	-51.1%	-16.9%	54.5%
SA	-41.4%	-40.6%	-16.7%	48.4%
CF	-48.4%	-50.8%	-21.1%	55.0%
P	-56.5%	-63.8%	-18.9%	60.5%
M	-60.0%	-67.4%	-19.6%	64.6%
SC	-49.7%	-57.3%	-12.8%	55.2%
LU	-58.6%	-71.0%	-14.1%	62.9%
PG	-53.0%	-52.6%	-20.8%	56.5%
TA	-50.7%	-55.8%	-17.1%	56.5%
CU	-51.8%	-59.7%	-18.9%	57.9%
AL	-47.4%	-55.1%	-12.9%	53.6%
AG	-52.1%	-56.8%	-22.5%	58.0%
AU	-60.1%	-69.6%	-24.6%	64.8%
IF	-47.1%	-50.0%	-20.1%	53.3%
IC	-41.1%	-50.9%	-12.0%	47.1%
IH	-46.3%	-49.9%	-17.7%	52.9%

### 4.3.3 “上涨降波，下跌升波”这一现象仅在权益市场微弱存在

权益市场普遍相信“越跌波动越大，越涨波动越小”。美股期权市场的负偏度即表达了这种观点。我国股票期权也有明显的负偏度，但由于这可能对缺乏有效做空标的手段的补偿，我们无法草率地将其和“越跌波动越大，越涨波动越小的”观点等同起来。上涨降波，下跌升波，这个观点有实证证据吗？

我们考察了 3 个期权成交额较大的商品品种（SC、I、P）和上市时间较长的 IH、IF、IC 三个股指期货，分别计算了当日标的涨跌幅和波动率变化的相关性，结果发现商品市场上波动率变化和收益相关性几乎为 0。权益市场上确实存在着“上涨降波，下跌升波”的现象，但相关性基本在-15%左右，并不强。我们还按照当日收益正负号，分别绘制了单日波动率涨跌的分布，结果发现即使是在权益市场上两者差异也并不明显。因此我们认为至少从实际波动率角度，“上涨降波，下跌升波”这一现象仅微弱存在。



## 5. 总结

参考两篇经典文献的思路，我们得到如下实证结果：

1. 单变量地看，
  - a) RV 大多呈对数正态分布。BU、PF、SS、AP、SR 和股指的  $\log RV$  厚尾现象明显。这意味着这些品种高波动偏离均值的幅度超过其他品种。交易中须重点关注这些品种的尾部风险。
  - b) 低相关性品种对的日内相关性基本呈正态分布，但是该分布的标准差远大于均值。从时序图上看，相关性均值回归特征明显。这提醒我们在配置低相关性品种时，应根据配置时长做好相关性预测，以准确衡量组合风险。
  - c) 高相关性品种对的日内相关性紧密围绕均值分布，这意味着相关性结构非常稳定。但是这些分布也有明显的左偏现象，且左偏幅度和相关系数并非单调关系。这意味着有些品种对拿来统计套利会比其它性价比更高。

- d) 大多品种用 RV 归一化的日频收益呈标准正态分布（均值接近 0，标准差接近 1）。这意味着收益的肥尾基本都来自波动率的变化，也给  $d\log p_t = \sigma_t dW_t$  这一通用模型提供了实证依据。通俗地说，如果我们能完美预测波动率，那给定任何一个阈值，我们都能几乎完美地测算标的在这个阈值上的 VaR。实操里如果想获得收益 95% 的概率区间，不妨以 2 倍预测所得的 RV 做参考。

2. 多变量地看，

- a) 不同品种间 RV 的相关性总体比 return 要更高，这指向了 common factor volatility model。一般来讲，return 相关性越高的品种对，RV 相关性也越高，但存在例外，比如 IH-J，return 相关性为 21%，波动率相关性为 -14%。在这些品种对上做交叉双卖也许风险并没有那么大。
- b) 总体上讲，高波动确实会削弱市场分散风险的能力，但不能一概而论。例如当 LH 波动率升高时，LH-M 间的相关性反而会下降。关注波动率和相关性的影响可以让我们识别每个价差对应该做趋势还是做反转：如果高波动时相关性升高，应该做反转；不然应该做趋势。

3. 从时序上看，

- a) 波动率 ACF1 在 30-60% 之间，且 ACF 具有长记忆特质；波动率变化的 ACF1 在 -40% 左右，会快速衰减。
- b) 波动率的均值回归特性明显，且向下回归比向上回归的概率要大得多。 $\text{Corr}(\text{next\_RV\_chg}, \text{RV}-\text{HV30} | \text{RV}-\text{HV30} > 0)$  在 -50% 左右，而  $\text{Corr}(\text{next\_RV\_chg}, \text{RV}-\text{HV30} | \text{RV}-\text{HV30} < 0)$  在 -15% 到 -20% 之间。另外，RV 距离移动均值的距离和 RV 今日变化之间相关性为 50%，两者捕捉到了不同的信息。
- c) “上涨降波，下跌升波”只在权益市场微弱存在。IH、IF、IC 单日收益和波动率单边变化的相关性在 -10% 到 -20% 之间。至少从实际波动率来看，不应迷信这一现象。

总得来说，本文对波动率的一些统计性质做了定量的、相对全面的回顾。我们衷心希望本文中的实证成果能为未来的研究抛砖引玉，使期权和波动率更好地被市场理解、运用。

# 引用

Andersen, T.G., 1996. Return volatility and trading volume: an information flow interpretation of stochastic volatility. *Journal of Finance* 51, 169–204.

Andersen, T.G., Bollerslev, T., 1997. Heterogeneous information arrivals and return volatility dynamics: uncovering the long-run in high frequency returns. *Journal of Finance* 52, 975–1005.

Andersen, T.G., Bollerslev, T., 1998. Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review* 39, 885–905.

Andersen, T.G., Bollerslev, T., Das, A., 2000. Variance ratios and high-frequency data: testing for changes in intraday volatility patterns. *Journal of Finance*, forthcoming.

Andersen, T.G., Bollerslev, T., Diebold, F.X., Ebens, H., 2001. The distribution of stock return volatility: appendix. Working Paper, Northwestern University, Duke University, University of Pennsylvania and Johns Hopkins University.

Andersen, T.G., Bollerslev, T., Diebold, F.X., Labys, P., 1999. Microstructure bias and volatility signatures. Working Paper, Northwestern University, Duke University and University of Pennsylvania.

Andersen, T.G., Bollerslev, T., Diebold, F.X., Labys, P., 2000. Modeling and forecasting realized volatility. NBER Working Paper 8160.

Andersen, T.G., Bollerslev, T., Diebold, F.X., Labys, P., 2001a. The distribution of realized exchange rate volatility. *Journal of the American Statistical Association* 96, 42–55.

Andersen, T.G., Bollerslev, T., Diebold, F.X., Labys, P., 2001b. The distribution of realized stock return volatility. *Journal of Financial Economics* 61 (1), 43–76, 2001.