

基于平价理论

探究中证1000股指期货期权无风险套利策略

■ 李红霞

截至2022年11月底,中证1000股指期货已运行超过4个自然月。根据市场相关研究,一般期权品种经过4个月时间的运行后,市场效率将得到提高。为避免最后交易日期末日轮的影响,本文利用平价理论套利在平值期权状态套利次数最多的特征,研究中证1000股指期货期权无风险套利策略。

情况介绍

作为中金所推出的第二个指数期权,中证1000股指期货期权延续了沪深300股指期货期权制度的优点,如欧式期权、现金交割等优点。一方面,从目前全球最活跃的指数期权情况来看,欧式期权明显较美式期权更活跃,减少期权卖方风险,有利于期权客户进行策略交易、套利交易,提高期权交易的流动性。另一方面,中证1000股指期货期权和股指期货的最后交易日均为合约到期月份的第3个星期五,遇国家法定节假日顺延,最后交易日即为交割日,交割方式均为现金交割。这样一来,中证1000股指期货期权和中证1000股指期货的交割效率将高于已上市的ETF期权和商品期权,期权买卖双方账户只需要准备好足够现金,到期如有未平仓期权合约,将以现金划转的方式来完成交割,而不需要购买一揽子股票用于交割,节省了交割成本。此外,中证1000股指期货期权和中证1000股指期货的结算价均为标的中证1000指数最后2个小时的加权平均价,这为交割套利提供了理论基础。

理论研究

由于中证1000股指期货为欧式期权,且和中证1000股指期货的交割结算价、到期日相同,根据期权平价理论,在到期日,中证1000股指期货期的市场表现应满足方程式(1)。若市场不满足方程式(1),则说明市场无效,投资者可以通过套利交易策略获得无风险收益。

$$C_t + \frac{K}{1+r(T-t)} = P_t + \frac{F_t}{1+r(T-t)} \quad (1)$$

其中,当前时间为t,T为到期日,C为看涨期权的价格,K是期权的执行价格,r为无风险利率,F为股指期货的价格,P为看跌期权的价格, $\frac{K}{1+r(T-t)}$ 为期权执行价格无风险贴现值, $\frac{F_t}{1+r(T-t)}$ 为股指期货无风险贴现值。

根据市场有效性假设和交割原理,在交割时间点看涨期权和看跌期权不存在套利空间,即看涨期权相对于看跌期权不存在高估现象,反之也成立。因此,定义 $\epsilon_t = C_t + \frac{K}{1+r(T-t)} - (P_t + \frac{F_t}{1+r(T-t)})$,当 $\epsilon_t \neq 0$ 且不考虑交易费用时,意味着期权市场可实现无风险套利。

对方程式(1)进行移项,可以得到方程式(2):

$$C_t - P_t = \frac{F_t}{1+r(T-t)} - \frac{K}{1+r(T-t)} \quad (2)$$

当 $\epsilon_t > 0$ 时,看跌期权相对于看涨期权被高估,可以进行反转套利(又称正套),考虑中证1000股指期货合约乘数为200元/点,中证1000股指期货合约乘数为100元/点,即买入2份看涨期权,同时卖出2份看跌期权,并卖出1份中证1000股指期货,持有至到期交割。

当 $\epsilon_t < 0$ 时,看涨期权相对于看跌期权被高估,可以进行转换套利(又称反套),即买入2份看跌期权,卖出2份看涨期权,并买入1份中证1000股指期货,持有至到期交割。

在实际交易过程中,股指期货开平仓成本为15元/手,股指期货开仓成本为0.23‰。因此,考虑交易成本后,定义股指期货和股指期货的建仓成本为cost, cost=60+0.36%F_t(单位:元/对),在建单一单位为元/点计算套利空间,反转套利存在利润则有:

$$\epsilon_t = 2C_t - 2P_t - \frac{F_t}{1+r(T-t)} + \frac{K}{1+r(T-t)} - \frac{cost_t}{100} > 0$$

转换套利存在利润则有:

$$\epsilon_t = 2P_t + \frac{F_t}{1+r(T-t)} - 2C_t - \frac{K}{1+r(T-t)} - \frac{cost_t}{100} > 0$$

统计检验

考虑到中证1000股指期货的市场流动性正在逐步发展,分析我国中证1000股指期货在上市初期的有效性,需检验股指期货期市场价格是否满足期权平价关系再进行检验,即假设股指期货和股指期货存在如下回归特性:



$$C_t - P_t = \alpha_0 + \alpha_1 \left(\frac{F_t}{1+r(T-t)} - \frac{K}{1+r(T-t)} \right) + \mu_t \quad (3)$$

由零值假设,若期权平价关系成立,则有 $\alpha_0=0, \alpha_1=1$ 。

为了对期权平价关系的稳定性进行检验,需要检验中证1000股指期货期权和中证1000股指期货的价格是否存在长期稳定的均衡关系,即检验C_t-P_t序列和 $\frac{F_t}{1+r(T-t)} - \frac{K}{1+r(T-t)}$ 序列的稳定性。

本文采用2022年7月22日至11月18日4个月中证1000股指期货期权和中证1000股指期货的交易数据,共80个交易日,选择交易时间的每5分钟K线收盘价(一天48个数据)。很多研究显示,为避免最后交易日期末日轮的影响,利用平价理论套利在平值期权状态套利次数最多。本文选择期权每日平值期权数据,是因为中证1000股指期货14:57—15:00为收盘集合竞价,避免集合竞价对套利买卖价差的影响。因此,剔除每天收盘最后5分钟数据,再剔除无交易的数据及最后交易日下午2个小时数据,共剩下3666个数据。

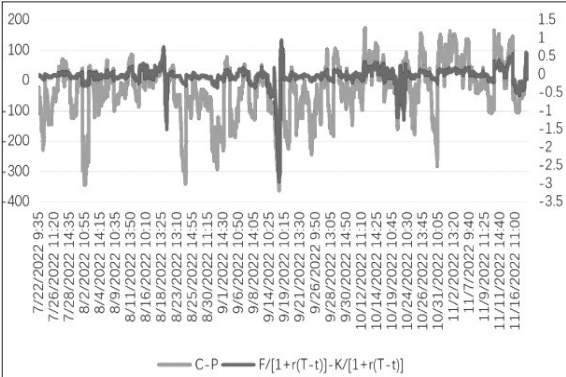


图1 中证1000股指期货及期货走势(单位:元/点)

本文调用Python软件统计包,利用时间序列的ADF单位根检验,分别对C_t-P_t序列和 $\frac{F_t}{1+r(T-t)} - \frac{K}{1+r(T-t)}$ 进行检验,结果如下表所示:

序列	t统计量	1%临界值	5%临界值	10%临界值	P值	结论
$C_t - P_t$	-7.4682	-3.4321	-2.8623	-2.5672	0.00000	平稳
$\frac{F_t}{1+r(T-t)} - \frac{K}{1+r(T-t)}$	-7.3115	-3.4321	-2.8623	-2.5671	0.00000	平稳

表1 为平稳性检验结果

从上表可以看出,在1%的显著性水平上,中证1000股指期货与中证1000股指期货的价格序列统计量均小于其临界值,因而拒绝原数据序列的单位根假设,也就是C_t-P_t序列和 $\frac{F_t}{1+r(T-t)} - \frac{K}{1+r(T-t)}$ 序列均为零阶单整的,可以认为这两个时间序列是平稳的,可用来对中证1000股指期货期权平价关系进行回归模型的检验。

利用普通最小二乘法(OLS)对回归模型进行零值检测,检验结果如下表所示。回归结果显示R²的值为0.359358,这表明拟合效果不佳,显著不等于0,显著不等于1,意味着中证1000股指期货和中证1000股指期货之间不存在长期的线性关系。由此说明,在中证1000股指期货上市初期,存在可以通过期权平价公式获得无风险套利机会。

SUMMARY OUTPUT									
回归统计									
Multiple R	0.599465								
R Square	0.359358								
Adjusted R	0.359183								
标准误差	72.23432								
观测值	3666								
方差分析									
	df	SS	MS	F	Significance F				
回归统计	1	10723938	10723938	2055.261	0				
残差	3664	19118010	5217.798						
总计	3665	29841948							
Coefficients: 标准误差									
Intercept	-21.863	1214.798	-17.9972	1.85E-69	-24.2448	-19.4813	-24.2448	-19.4813	
F/(1+r(T-t))	198.4148	4376637	45.33499	0	189.8339	206.9957	189.8339	206.9957	

表2 为回归分析结果

套利分析

在中证1000股指期货上市的前4个月里,共存在

3653次套利机会,套利机会占比为49.82%,其中反转套利机会会有1472次,转换套利机会会有2181次。转换套利机会远大于反转套利机会,转换套利百分比为59.49%,反转套利百分比为40.15%,并且转换套利平均利润大于反转套利机会,反转套利平均套利价差为95.73点,转换套利平均套利价差为172.63点。由此说明,看涨期权相对看跌期权被高估,这可能是中证1000股指期货长期贴水运行所致。

策略类型	反转套利	转换套利
总样本数量	3666	3666
套利组合数	1472	2181
套利百分比	40.15%	59.49%
平均套利价差	95.73	172.63
最大值	342.00	723.37
标准差	180.307392	180.3073

表3 为中证1000股指期货期权平价套利回测结果

下面对反转策略和转换策略进行月度分析,对比发现,中证1000股指期货在上市一个月内,套利机会相对不足,但套利空间较大。在中证1000股指期货上市1—2个月内,套利机会相对增加,且套利空间未出现收窄的情况。在中证1000股指期货上市3—4个月内,套利机会增加,其中反转套利机会增加明显,但套利空间收窄。

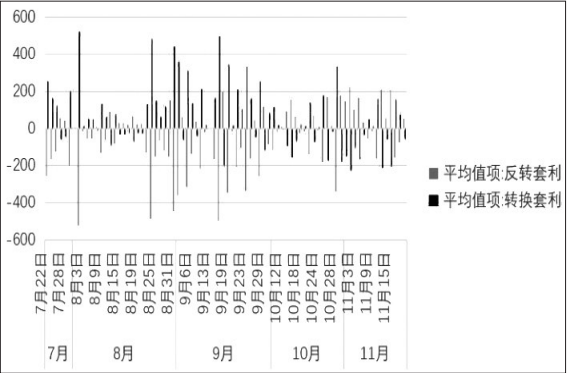


图2 为中证1000股指期货套利机会对比

样本时间	套利总机会	反转套利次数	套利百分比	平均套利空间	标准差	最大值	最小
9:35	80	24	30.00%	89.38	68.63	327.69	6.41
9:40	80	27	33.75%	82.96	63.52	268.56	4.00
9:45	80	29	36.25%	83.77	67.35	289.74	4.82
9:50	80	27	33.75%	73.15	63.92	266.15	4.86
9:55	80	33	41.25%	63.15	66.35	232.19	0.82
10:00	80	32	40.00%	65.70	67.19	226.99	1.64
10:05	80	29	37.50%	71.61	67.14	252.45	0.41
10:10	80	28	35.00%	82.45	58.78	230.98	3.25
10:15	80	27	33.75%	92.20	61.08	226.64	6.41
10:20	80	32	40.00%	80.38	60.08	255.10	9.53
10:25	80	33	41.25%	90.24	56.67	221.90	6.02
10:30	80	34	42.50%	86.89	56.34	219.11	1.23
10:35	80	35	43.75%	92.41	69.47	258.74	3.21
10:40	80	34	42.50%	95.96	69.07	239.55	2.84
10:45	80	35	43.75%	93.66	68.69	239.56	5.19
10:50	80	36	45.00%	92.18	79.36	309.53	0.80
10:55	80	36	45.00%	91.95	70.58	271.54	3.62
11:00	80	39	48.75%	83.11	70.62	256.34	2.42
11:05	80	36	45.00%	93.31	72.13	267.94	4.65
11:10	80	35	43.75%	100.36	76.08	287.13	2.81
11:15	80	36	45.00%	94.17	73.48	300.72	1.23
11:20	80	36	45.00%	92.46	78.18	293.53	0.81
11:25	80	38	47.50%	94.29	81.32	291.13	1.62
11:30	80	38	47.50%	89.87	77.71	284.74	10.01
13:05	76	29	38.16%	104.90	86.65	294.69	0.82
13:10	76	30	39.47%	101.17	85.35	283.53	7.24
13:15	76	30	39.47%	100.85	82.40	299.89	1.62
13:20	76	31	40.79%	98.08	84.32	296.69	2.02
13:25	76	29	38.16%	98.17	84.95	275.50	3.61
13:30	75	30	40.00%	90.25	85.82	258.14	1.23
13:35	76	27	36.84%	99.66	88.15	280.90	0.43
13:40	76	26	34.21%	108.23	84.70	281.09	5.99
13:45	76	29	38.16%	97.14	86.35	303.08	4.41
13:50	76	30	39.47%	97.78	84.45	284.69	2.82
13:55	76	32	42.11%	100.12	83.09	296.48	1.64
14:00	76	31	40.79%	94.96	81.82	297.89	5.22
14:05	76	31	40.79%	97.66	85.67	303.27	4.06
14:10	76	31	40.79%	99.59	81.44	269.86	16.01
14:15	76	30	40.79%	103.79	86.03	268.34	0.06
14:20	76	30	39.47%	110.98	85.17	267.10	1.66
14:25	76	29	38.16%	120.09	88.82	292.60	12.01
14:30	76	29	38.16%	117.43	90.00	331.36	1.78
14:35	76	30	39.47%	115.70	88.95	329.36	4.58
14:40	76	27	35.53%	135.18	84.14	326.57	25.97
14:45	76	30	39.47%	125.71	90.59	338.54	14.60
14:50	75	31	41.33%	119.40	90.96	327.35	6.03
14:55	76	31	40.79%	119.61	96.08	342.54	11.62

表4 为中证1000股指期货反转套利日内具体情况统计随着时间推移,一方面,市场投资者逐步熟悉中证1000股指期货的交易规则;另一方面,随着中证1000股

指期权的流动性逐步提高,更多不同种类的投资者愿意参加期权交易,使得期权套利机会增大,但一旦套利机会出现后,又被追求稳定套利的机构抓取。

为了更清晰地探究期权套利机会的日内分布模式和集中度,本文将中证1000股指期货期权套利机会按照交易时间重新统计。

由上表统计结果可以看出,反转策略的套利机会集中在日内时间段10:45—11:30,并且此策略的套利利润在14:15—14:55最大,即将收盘时,投资者由于对整日所获得的信息反应速度不同,对未来市场的预测不同,导致价格出现较大偏移。

转换策略的日内套利机会集中在开盘9:30—10:15和13:00—13:45,并在收盘14:40—14:45套利机会最多,此策略的套利利润在14:40—14:55较大。

样本时间	套利总机会		反转套利		标准差	最大值	最小
	套利次数	套利百分比	平均套利空间				
9:35	80	55	68.75%	117.00	99.11	378.91	6.29
9:40	80	51	63.75%	138.55	115.23	594.82	5.07
9:45	80	51	63.75%	129.96	101.78	481.66	3.85
9:50	80	53	66.25%	121.01	104.07	490.06	0.28
9:55	80	47	58.75%	140.25	95.49	420.10	8.29
10:00	80	48	60.00%	135.93	103.68	375.66	0.68
10:05	80	49	61.25%	138.82	105.61	396.45	0.28
10:10	80	52	65.00%	141.64	109.41	447.62	11.02
10:15	80	52	65.00%	144.63	118.05	466.07	0.29
10:20	80	48	60.00%	154.69	115.02	454.42	6.26
10:25	80	47	58.75%	161.40	125.98	472.47	1.84
10:30	80	46	57.50%	163.02	133.67	552.83	0.31
10:35	80	44	55.00%	171.65	136.84	549.23	3.87
10:40	80	46	57.50%	168.18	142.57	580.41	5.46
10:45	80	45	56.25%	170.92	149.49	649.99	2.27
10:50	80	44	55.00%	176.48	152.69	666.37	1.50
10:55	80	44	55.00%	175.83	153.51	689.58	3.47
11:00	80	41	51.25%	184.90	149.08	613.21	4.31
11:05	80	44	55.00%	172.29	146.86	598.81	0.72
11:10	80	45	56.25%	166.06	147.34	614.79	0.69
11:15	80	44	55.00%	173.60	152.84	620.39	9.48
11:20	80	44	55.00%	178.29	158.07	659.58	3.48
11:25	80	42	52.50%	190.39	165.29	675.17	3.47
11:30	80	42	52.50%	193.78	166.88	684.38	5.47
13:05	76	47	61.84%	177.93	156.03	587.25	1.50
13:10	76	46	60.53%	186.90	156.55	590.44	3.11
13:15	76	46	60.53%	187.02	152.38	583.23	3.47
13:20	76	45	59.21%	190.10	151.65	619.60	4.27
13:25	76	47	61.84%	177.15	146.34	572.00	2.67
13:30	75	45	60.00%	176.00	134.23	584.73	7.83
13:35	76	48	63.16%	173.03	152.34	601.00	1.95
13:40	76	49	64.47%	174.08	148.87	621.29	3.89
13:45	76	47	61.84%	181.05	159.14	634.85	9.91
13:50	76	45	59.21%	191.83	160.05	647.89	3.12
13:55	76	44	57.89%	199.58	160.05	643.72	4.67
14:00	76	45	59.21%	193.11	155.58	685.17	7.07
14:05	76	45	59.21%	190.33	160.81	723.37	6.39
14:10	76	45	59.21%	193.21	161.70	689.92	4.62
14:15	76	45	59.21%	192.82	162.26	688.36	14.98
14:20	76	46	60.53%	190.62	158.38	649.99	17.60
14:25	76	46	60.53%	191.32	158.38	641.20	3.50
14:30	76	47	61.84%	196.10	161.72	680.78	12.72
14:35	76	46	60.53%	199.52	160.82	642.80	15.08
14:40	76	49	64.47%	188.10	166.93	616.07	6.65
14:45	76	45	59.21%	203.04	171.38	618.80	3.49
14:50	75	44	58.67%	197.03	165.41	665.19	3.92
14:55	76	45	59.21%	203.77	171.01	652.80	3.88