

# 基于两因子模型的郑棉期货期限结构研究

## 水平、斜率、凹度是影响不同合约价差的主要因素

■ 姚禹

本文以郑棉期货为例,对期货的期限结构进行研究。基于两因子模型,证实棉花便利收益率存在均值回归的过程,并根据主成分分析法进一步探寻期限结构存在的原因。通过对市场期限结构的分析研究,有利于提升企业在实际套保业务中对基差和展期时机的判断水平,降低企业综合交易成本,提高实体企业参与套期保值的积极性。

### 研究背景

期货价格期限结构既体现在特定时间点,不同到期期限的期货合约价格之间的关系,也反映出不同到期期限的期货合约价格与现货合约价格之间的变动关系。根据近月合约与远月合约价格分布不同,可以将市场分为正向市场与反向市场两种表现形式。具体来看,当期货市场上近月合约价格低于远月合约,即期货价格相对于现货价格处于升水状态时,此时便称作正向市场;当期货市场近月合约价格高于远月合约,即期货价格相对于现货价格处于贴水状态时,称作反向市场。正向市场与反向市场是期货市场中常见的市场结构,但是会引起投资者不同的反应。由于期货市场所处的期限结构直接与投资者套期保值和套利策略的制定和执行效果相关联,所以对于期货价格期限结构问题的研究具有重要的实践意义。

棉花作为我国重要战略物资,其价格稳定不仅对于民生保障具有重要意义,而且在我国经济安全发展中扮演着重要角色。不过,进入2021年以来,受国内外多重因素的影响,棉花价格大幅上涨,但是因终端消费需求坍塌,下游坯布端迟迟难以涨价,产业链整体价格传导机制不畅,纱厂布厂利润空间进一步被压缩。

在传统的正向市场中,企业可以按照传统思路进行顺向套保。不过,就今年棉花市场而言,因轧花厂收新花成本处于高位,但是郑棉期货价格相对于现货价格一直处于大幅贴水状态。期现价格敞口过大,如果企业套保介入价格位置不理想,不仅达不到规避风险的最初目的,甚至还会放大企业的经营风险,所以反向市场对于企业套保操作而言难度较大。本文以国内棉花期货为例,对期货市场的期限结构进行分析论证,对于现实也具有一定的借鉴意义。

### 实证分析

传统库存理论将期货价格的期限结构特征与商品合约的库存水平联系起来。在研究传统库存理论之前,我们需要知道便利收益的概念。便利收益,是指当现货对期货产生风险溢价时,投资者持有现货的可能收益。便利收益与存货水平存在负相关的关系。根据库存持有成本模型,在无套利均衡条件下,期货价格满足以下公式:

$$F_t(T) = S_t e^{(r+u-y)T} \quad (1)$$

其中, $F_t(T)$ 表示为在时刻 $t$ 距离到期日还有 $T$ 期的期货合约价格; $S_t$ 表示在时刻 $t$ 现货成本的价格; $r$ 为无风险利率,用年化表示; $u$ 为库存成本, $y$ 为便利收益率。也可以将上式改写为:

$$F_t(T) = (1+r_t)S_t - M_{t,T} + N_t \quad (2)$$

在上式中, $M_{t,T}$ 表示为在 $t$ 时刻开始到 $t+T$ 时刻的便利收益, $r_t$ 代表 $T$ 期的市场无风险利率, $N_t$ 表示 $T$ 期的库存成本, $M_{t,T}-N_t$ 或 $y-u$ 表示净便利收益。当便利收益率过高直至满足条件 $r<y-u$ 时,则 $F_t(T)<S_t$ ,即持有现货库存所拥有的便利收益越高,现货相对于期货升水现象越明显,这也符合实际情况特点。

本文以郑棉期货作为分析对象,因郑棉期货01合约、05合约与09合约活跃度较高,故本文以此三组合约的收盘价作为标的, $F_1$ 、 $F_5$ 与 $F_9$ 分别代表01合约、05合约与09合约的收盘价,不同交割月份合约期货价格时间序列按相对到期滚动法构建。例如, $F_1$ 期货合约的时间序列数据来自当前01合约的价格,当前合约到期后,就向后滚动到下一年一月交割的合约,此合约即为新的当前01合约。同样, $F_5$ 与 $F_9$ 的时间序列数据可依此法获得。

本文选取2013年9月16日至2022年3月4日郑棉期货历史合约收盘价共1960组有效数据。这段数据样本既包括郑棉期货价格大跌阶段,也包括郑棉期货价格上涨时期,同时包括横盘时期,样本数据涵盖了郑棉期货价格的可能走势。具体走势如图1所示,所以该组

样本具有明显的代表性,并具有理论研究意义。

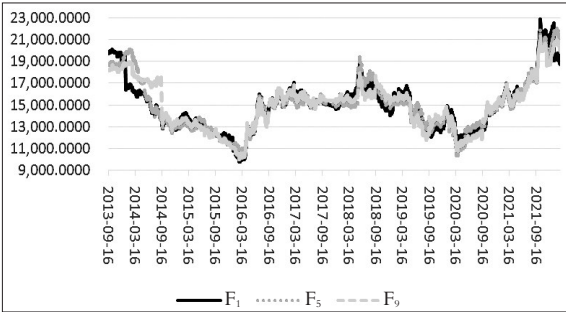


图1为郑棉期货合约价格走势

因郑棉期货交割制品级为3128B级白棉,故现货价格本文选取中国棉花3128B级价格指数,其价格走势如图2所示,由此计算出的期现价差(图2)也具有研究意义。由图2可知,我国棉花期现价差在多数时期处于正值,即现货价格高于期货价格,市场以反向市场为主,这也与我国棉花长期处于供需紧平衡,市场对棉花现货需求量较高的基本面相符。

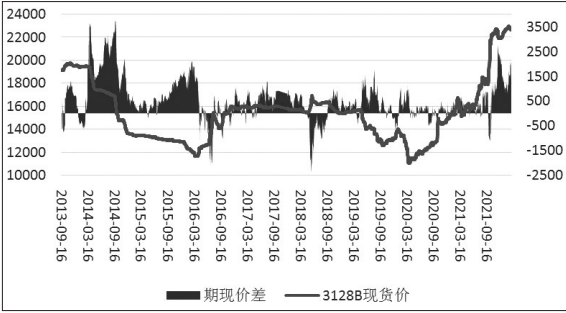


图2为棉花现货价格与期现价差

本文对于郑棉期货的价格序列进行描述统计分析,结果如表1所示。在无套利均衡的假设下,郑棉期货价格在到期日应等于现货价格。根据该理论,在到期日前期货价格会逐渐上升,这个推论可以表述为 $E\{\ln[F_t(t_{tm})]/F_t(t_{tm}+1)]\}>0$ ,或者 $E[F_t(t_{tm})-F_t(0)]<0$ ,这里 $t_{tm}$ 表示距离到期的时间。检验第一种表述,可计算 $\mu = \sum_{t=t_{tm}-1}^{t_{tm}} RET_t(t_{tm})/(IT)$ ,其中 $RET_t(t_{tm}) = \ln[F_t(t_{tm})]/F_t(t_{tm}+1)$ , $I$ 为该品种所有合约个数。检验第二种表述,可定义 $D_t(t_{tm}) = [F_t(t_{tm})/F_t(0)] - 1$ ,从而检验 $E[D_t(t_{tm})]<0$ ,对所有 $t_{tm}>0$ 成立。根据kolb所证实结论,检验后者比检验前者更为有效,并且更适用于不同价位的期货品种。

期货合约价格	价格均值	价格标准差	对数价格均值	对数价格标准差
$F_1$	14991.801	2376.337	9.6031	0.1549
$F_5$	15002.135	2413.928	9.6034	0.1568
$F_9$	14969.216	2314.802	9.6017	0.1558

表1为样本数据描述

本文所分析的郑棉期货样本内,所有月份合约的对数日收益率的均值为 $6.2e-5$ ,对原假设 $\mu_0>0$ 的 $p$ 值为0,在5%的显著水平下显著。对于第二种表述,计算 $D_{t_{tm}}<0$ 在所有样本中出现的频率占比为56.17%。不过,上述两种检验只能提供对于数据的最粗略的了解,若想深入研究,仍需开展进一步检验。

本文利用现货价格 $S_t$ ,并利用距离到期日还有 $T$ 个月的期货合约价格 $F_t$ ,基于公式 $\delta_t = r - T \times \ln(F/S)$ 计算得到的净便利收益率( $\delta_t$ )。其中,本文 $r$ 取值为3个月Shibor指标。图3描绘了净便利收益率( $\delta_t$ )走势。

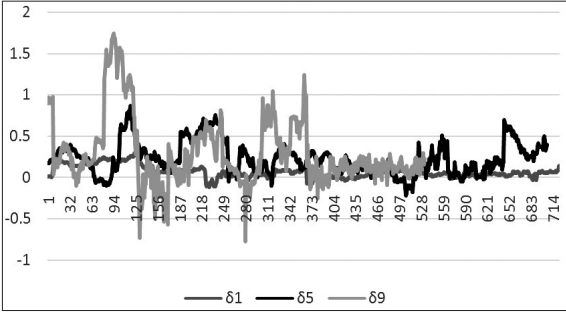


图3为不同到期合约净便利收益率期限结构

由图3可知,棉花净便利收益率多处于正值,说明持有现货所享有的收益更高,即棉花市场总体表现为较为明显的现货溢价。分合约来看,不同到期期限合约的净便利收益率有明显不同。郑棉01合约的净便利收益率波动性处于最低水平,而郑棉09合约的净便利收益率则处于最高位置,即出现了逆萨缪尔森效应现象;随着期货到期日逐渐临近,便利收益率的波动程度逐渐缩小。对郑棉期货而言,因只有法人客户可持仓进入交割

月,近月合约随着交割月逐步临近,受主力合约移月换仓的影响,近月合约的活跃程度逐步降低,故其波动性也逐步降低。另外,9月因是新棉即将上市时期,市场炒作热情高涨,对现货需求量较大,故郑棉09合约净便利收益率整体处于较高水平。因此,我们可以得出结论,郑棉的净便利收益率季节性特征较为显著。相关统计特征描述如表2所示。

	$\delta_1$	$\delta_5$	$\delta_9$
Mean	0.079770	0.230576	0.306130
Median	0.069685	0.199918	0.187143
Maximum	0.296529	0.860739	1.746137
Minimum	-0.116075	-0.221280	-0.772913
Std. Dev.	0.081628	0.200969	0.416596
Skewness	0.438490	0.704321	1.280386
Kurtosis	2.902875	3.190293	4.820674
Jarque-Bera	17.25739	44.78735	218.8385
Probability	0.000179	0.000000	0.000000
Sum	42.43753	122.6666	162.8609
Sum Sq. Dev.	3.538151	21.44631	92.15605

表2为不同期限下郑棉便利收益率统计特征描述

接下来本文对棉花现货价格是否为均值回转过程进行检验,检验方程如式(3)所示,我们检验(3)式中的回归系数是否显著不为零。进一步,我们可以对郑棉期货价格和现货价格是否近似满足两因子模型进行检验,此处可以将两因子模型进行离散化近似处理,结果如公式(4)、公式(5)所示。

$$\ln(S_t/S_{t-1}) = a_0 + a_1 \ln(S_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (3)$$

$$\delta_t - \delta_{t-1} = \alpha_0 + \kappa(\delta_{t-1} - \delta_t) + e_t \quad (4)$$

$$\ln(S_t/S_{t-1}) = a + b(\delta_{t-1} + \varepsilon_t) \quad (5)$$

本文假设方程(4)与方程(5)的残差 $e_t$ 与 $\varepsilon_t$ 相关,并且相关系数 $\rho = \text{corr}(e_t, \varepsilon_t)$ 。联立方程(4)与方程(5),通过SUR方法对参数 $\kappa$ 、 $\alpha$ 、 $\rho$ 进行估计,并检验系数是否显著,以此确定两因子模型的设定是否符合郑棉期货合约。具体检验结果如表3所示。

	截距项	系数	调整R <sup>2</sup>	DW
现货价格序列相关检验	0.000870	-0.004101	0.0049405	1.943060
现货价格是否为均值回归	0.006281	-0.006283	0.0058297	2.015896
方程(4)SUR估计	0.002547	-0.009128	0.0035619	-
方程(5)SUR估计	0.003441	-0.007169	0.0042119	-
参数	估计数值			
$\kappa$	0.005419			
$\alpha$	3.541116			
$\rho$	-0.016416			

表3为棉花现货价格对数收益率与便利收益率的性质检验

表3中第1行的结果显示,棉花现货价格对数收益率是序列相关的;第二行的结果显示对数现货价格是一个均值回转的过程,因为方程的回归系数不为零且为负值。联立方程(4)和方程(5)并通过SUR估计,估计结果显示,棉花现货价格变化和便利收益率有关。由此得出结论,棉花便利收益率是一个均值回归的过程。

结合实际情况来看,以2021年年底棉花行情为例。2021年10月在新棉抢收的影响下,郑棉期货价格快速涨至22000元/吨以上,但是进入11月受疫情影响引发市场担忧棉价开启下跌通道,但是棉花现货价格依然保持坚挺。郑棉期货01合约价格在19000元/吨附近运行,而轧花厂成本多处于22000元/吨附近,期限价差高达3000元/吨。不过,随着交割日逐渐临近,在基本面无较大变化的前提下,郑棉01合约期货价格逐步向现货价格靠拢,二者价差逐步回归至正常区间范围内,这也从实际情况印证出棉花便利收益率是符合均值回归的特点。

接下来我们对郑棉期货合约的对数收益率进行主成分分析。主成分分析是将多个变量通过线性变换,从而选出较少个数重要变量的一种多元统计分析方法。多个变量之间往往具有一定的相关关系,这种相关关系可以解释为这些变量反映的信息有一定的重叠。主成分分析能够将这些变量中的信息集中在少数新的两两不相关的变量中,从而便于分析。本文即采用主成分分析法从不同期限的期货价格时间序列中提取出有价值的信息,具体分析结果如表4所示。

	PC1	PC2	PC3
棉花	67.034	11.866	7.068

表4为郑棉期货收益率序列的主成分解释能力

由表4的结果能够看出,第一主成分的解释能力最强,高达67.031%。而从图4期货收益率时间序列主成分因子载荷中可以看出,第一主成分因子载荷的形状为一条近似的直线,表明第一主成分对于不同到期合约的郑棉期货价格影响大致相同,此种现象可以理解为曲线的平行移动,所以该曲线又称作水平因素。

第二主成分的解释能力相对较弱,只有11.866%。在因子载荷图中,随着到期期限不断延长,第二主成分斜率由负变正。说明该主成分对郑棉期货短期合约与长期合约的影响方向相反,会使期限结构曲线发生相对移动,该曲线称为斜率因素。

第三主成分解释能力最弱,只有7.068%。由于棉花第三主成分因子载荷图呈现凹型,正是该因素的存在,从而使得中间期限合约的价格和收益率与到期期限时间的长短呈现出反比特征,所以它被称作凹度因素。

整体来看,由于棉花具有农产品的季节性特征,相对于其他工业品期货而言,郑棉期货对数收益率序列的第一主成分解释能力偏低,但是仍处于高位。三种主成分对棉花期货对数收益率总共解释能力高达85%,整体解释能力较强。

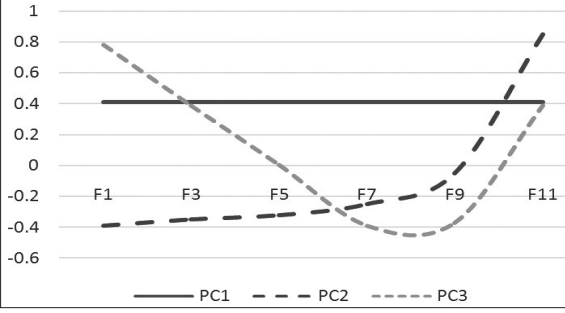


图4为期货收益率时间序列主成分因子载荷

在进行主成分分析的过程中,我们对郑棉期货合约期限结构的变动与各主成分间的关系有了进一步认知。第一主成分为水平因素,体现出平行移动的因素在期货价格曲线变动中发挥了主导作用,该因素会使同一品种所有期货合约的价格向同一方向发生近似同等的变化。

第二主成分为斜率因素,它和期限结构曲线的倾斜程度有关,该因素将使得到期期限较短的期货合约价格和到期期限较长的期货合约价格朝相反的方向运动,从而改变期限结构曲线的斜率。

第三主成分为凹度因素,它和期限结构曲线的曲率关系密切,该因素对短期和长期期货合约的影响与对中期期货合约的影响相反,从而改变期限结构曲线的曲率。此外,各主成分的解释能力能够保持较高的稳定性,不会随着时间推移解释能力而变弱。这三种主成分的存在也是造成期货市场中不同到期日合约的价格运动差别的主要原因,即是造成期货市场不同合约价差的主要推动力。

### 研究结论

本文从期现价差以及期货市场不同合约价差两个角度对期货市场期限结构进行分析研究。首先,通过两因子模型,对我国棉花现货价格和便利收益率进行分析,发现棉花便利收益率存在均值回归的过程。接下来通过主成分分析法对不同期限的郑棉期货合约进行分析,得出三种主成分是影响郑棉期货市场不同合约价差主要推动力的结论。

本文通过对期限结构的动态研究,考虑到合约的流动性因素与移仓成本,有助于实体企业选择合适的到期日期货合约,减少因移仓换月所造成的滑点损失。同时,针对反向市场期现价差过大企业难以选择恰当的时机进行套保入场的问题,因便利收益率存在均值回归的过程,尤其在交割月临近时此种现象尤为突出,故企业可针对该现象制定出一套完善的套保操作方案,减少套保风险暴露。

通过对市场期限结构的分析研究,有利于提升企业在实际套保业务中对基差和展期时机的判断水平,降低企业综合交易成本,提高实体企业参与套期保值的积极性,同时也有利于规避我国期货市场投机氛围过浓的问题,促进我国期货市场健康发展。

(作者单位:华安期货)