执业证书编号：Z0002616
Tel：010-68578820
E-mail：niuqiule@foundersc.com

期权套利策略研究

方正中期研究院 牛秋乐（Z0002616）、冯世佃（Z0015710）

摘要：

在期权的 T 型报价图中，我们看到一系列到期时间、执行价不同的期权合约。通常，由于市场有效性的存在，在这些看涨和看跌期权之间不存在套利机会。但是有时行情发生大幅波动，或市场流动性出现问题时，我们会发现存在一定的套利机会。本文主要讲述常见一些期权套利机会及其使用条件。

平价套利

假设投资者在 t 时刻购买了一份执行价格为K,到期日为T的欧式看涨期权，同时卖空了一份具有相同执行价和到期日的欧式看跌期权。

在到期日 T,看涨期权收益回报、看跌期权收益回报以及两个期权组成的组合回报如下图所示。期权组合回报为

$$max(S_T - K,0) - max(K - S_T,0) = S_T - K.$$

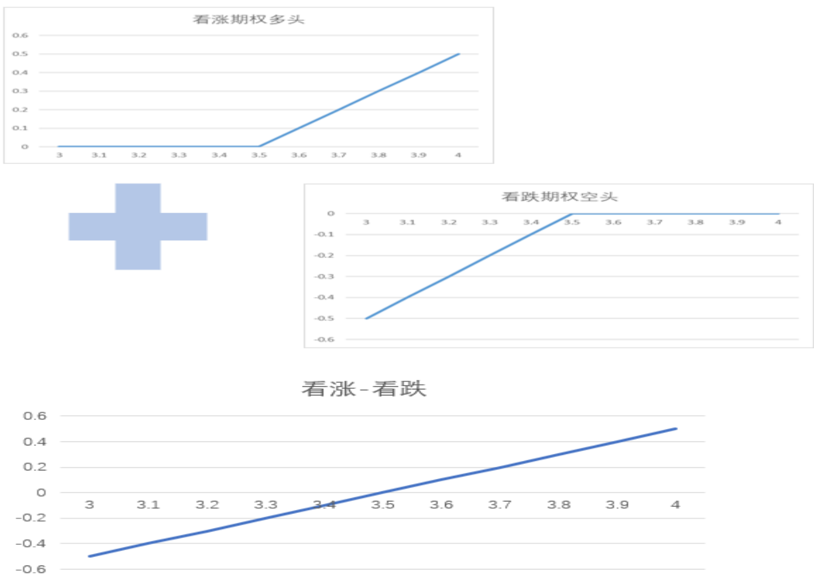

图 1：平价公式收益组合图

数据来源：方正中期研究院整理

若我们这时再考虑另一个投资组合：在 t 时刻，买入一份标的资产，同时借入$Ke^{-r(T-t)}$元现金。那么该投资组合在 T 时刻回报为

$$S_T - K.$$

虽然上述两个投资组合在 t 时刻构建方法不同，但由于在 T 时刻收益回报完全相同。因此就能得到

$$C - P = S - Ke^{-r(T-t)}.$$

上面的公式也就是投资者在日常交易中接触最广泛的是期权平价公式（Put-Call Parity）。

通过移项得到：

$$S^* = C - P + K^{-r(T-t)}.$$

因此可以通过期权构建合成标的。当市场中合成标的价格与标的价格偏离过大，则市场存在的无风险套利机会。

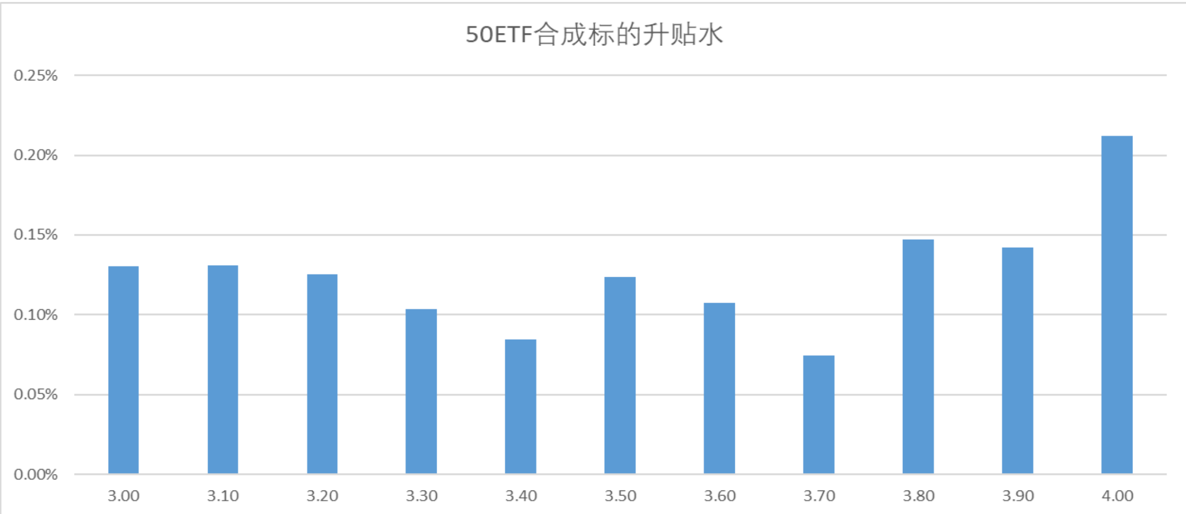

图 2：50ETF 期权合成标的升贴水情况

数据来源：方正中期研究院整理

上图是 2021 年 6 月 3 日 50ETF 期权近月合约收盘后，各个执行价合成标的的升贴水情况。虽然各个执行价合成标的都存在升水，但却不存在套利机会，这主要是由于交易手续费的存在。

边界套利

上一部分介绍的期权平价公式，主要运用于同一到期日，同一执行价的期权看涨、看跌期权套利情况。从这一部分开始，我们主要介绍同一到期日，不同执行价的期权合约的套利情况。

并对不同套利的性质分别进行研究分析，这也会帮助我们更加熟悉了解期权里边最基本的对冲策略。为方便起见，下面我们均以看涨期权为例。

对于每个执行价期权检验内在价值

$$S \geq C(S,K,T) \geq \max\left(S - Ke^{-r(T-t)}, 0\right).$$

假设$S < C(S,K,T)$, 这表明标的价格要比看涨期权价格要便宜，那么我们可以卖出看涨期权，买入标的，这也构成了常见的备兑策略。这时我们拥有正的现金流

$$C(S,K,T) - S > 0$$

在到期日 T, 如果期权变成实值，那么我们将以执行价K卖出股票；如果看涨期权最后变成虚值期权，那么我们也将不会有任何亏损。即无论到期日股价如何波动，我们都将不会有任何风险。而这也就存在套利机会。

持有头寸	当日价值	到期日价值
标的	-S(t)	S(T)
-看涨期权	C(S,K,T)	-max(S(T)-K,0)
合计	C(S,K,T)-S(t)>0	S(T)-max(S(T)-K,0)>=0

表 1：边界套利情况 1

数据来源：方正中期研究院整理

另一方面，假设

$$C(S,K,T) < \max\left(S - Ke^{-r(T-t)}, 0\right) = S - Ke^{-r(T-t)}.$$

从上述公式可以看到此时看涨期权价值小于内在价值。即时间价值为负数。若此时卖出股票买入看涨期权，同时将$Ke^{-r(T-t)}$的现金存入银行，那么这时我们也拥有正的现金流

$$S - C(S,K,T) - Ke^{-r(T-t)} > 0.$$

在到期日 T, 首先看涨期权可以执行。另外，我们将$Ke^{-r(T-t)}$的现金存入银行，到期日现金增至 K。此外，由于卖空股票，到期日我们需要将其买回。如果股价高于执行价 K，那么我们可以执行看涨期权合约，支付从银行取得的现金 K 得到股票，并将其归还。如果股价比 K 低，我们用现金 K 买入股票归回，同时放弃期权行权。这样还能得到一个正的现金流$K - S > 0$。因此，无论到期日股价如何变化，我们都将拥有一个非负的现金流。这样也就存在了套利机会。

持有头寸	当日价值	到期日价值
-标的	S(t)	-S(T)
看涨期权	-C(S,K,T)	max(S-K,0)

-现金	$-Ke^{-r(T-t)}$	K
合计	$S-C(S,K,T)-Ke^{-r(T-t)}>0$	$\max(S-K,0)-S(T)+K\geq 0$

表 2：边界套利情况 2

数据来源：方正中期研究院整理

垂直价差套利

对每两个执行价检验其斜率($K_1>K_2$)

$$0\leq C(S,K_2,T)-C(S,K_1,T)\leq (K_1-K_2)e^{-r(T-t)}.$$

如果左边的不等式不满足，即

$$C(S,K_2,T)<C(S,K_1,T).$$

这表明看涨期权合约执行价越高，期权价格越贵。显然这是不合理的，那我们该如何从中套利？

事实上，我们只需要卖出价格更高的、执行价为K_1的期权，买入价格低、执行价为K_2的期权。这样我们将拥有一个正现金流。而在到期日，与执行价K_1的期权相比，执行价K_2的期权一直拥有一个更高的正收益。若到期日股价低于K_2, 两个期权合约均作废；若到期日股价介于K_1、K_2之间，那么可执行执行价为K_2的期权，得到正的现金流$S-K_2$, 执行价为K_1的期权合约作废；若到期日股价大于K_1, 两个期权都成为实值期权，此时现金流为$(S-K_2)-(S-K_1)=K_1-K_2$>0。因此，同样地，无论到期日股价如何变化，我们都将拥有一个非负的现金流。这样也就存在了套利机会。

持有头寸	当日价值	到期日价值
-K1 期权	$C(S,K_1,T)$	$-\max(S(T)-K_1,0)$
K2 期权	$-C(S,K_2,T)$	$\max(\mathrm{S(T)}-\mathrm{K}_2,0)$
合计	$C(S,K_1,T)-C(S,K_2,T)>0$	$\max(\mathrm{S(T)}-\mathrm{K}_2,0)-\max(S(T)-K_1,0)$>=0

表 3：垂直价差套利情况 1

数据来源：方正中期研究院整理

对于右边的不等式，如果其不成立，那么则有

$$C(S,K_2,T)-C(S,K_1,T)>(K_1-K_2)e^{-r(T-t)}.$$

在这种情况下，卖出执行价为K_2的期权，买入执行价为K_1的期权，同时将$(K_1-K_2)e^{-r(T-t)}$的现金存入银行。此时，我们将拥有正的现金流。在到期日，若股价低于K_2, 两个期权合约

均作废，但由于我们此时可以取出存在银行的资金(K_1-K_2)。若股价介于K_1和K_2之间，执行价为K_2的期权将被执行，执行价位K_1的期权作废。在执行价K_2的期权上，我们将损失$S-K_2$，但是从银行上我们取出K_1-K_2,因此最终现金流为

$$(K_1-K_2)-(S-K_2)=K_1-S>0.$$

仍然是正的现金流。若股价在K_1之上，那么两个期权合约都将被执行，加上银行取出的现金，此时将有

$$(S-K_1)-(S-K_2)+(K_1-K_2)=0.$$

即到期日股价有三种情形，而对于每种情形，我们的现金流都是非负的。这样也就存在了套利机会。

持有头寸	当日价值	到期日价值
-K2 期权	$C(S,K_2,T)$	$-\max(S-K_2,0)$
K1 期权	$-C(S,K_1,T)$	$\max(S-K_1,0)$
-现金	$-(K_1-K_2)e^{-r(T-t)}$	K_1-K_2
合计	$C(S,K_2,T)-C(S,K_1,T)-(K_1-K_2)e^{-r(T-t)}>0$	$\max(S-K_1,0)-\max(S-K_2,0)+K_1-K_2>=0$

表 4：垂直价差套利情况 2

数据来源：方正中期研究院整理

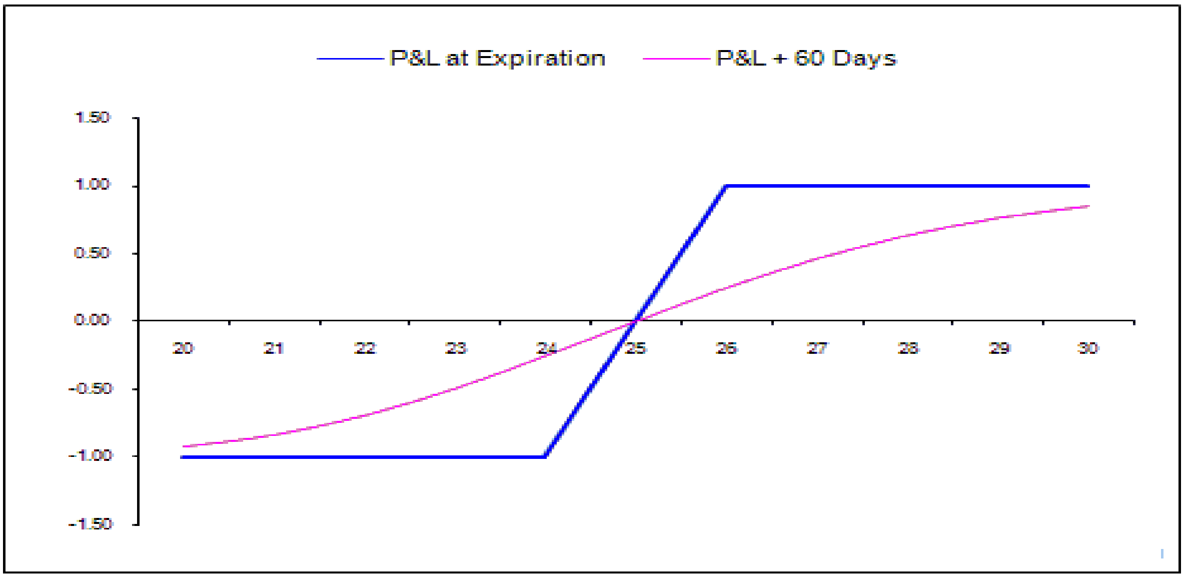

图 3：牛市价差到期损益图

数据来源：方正中期研究院整理

另外，还可以从牛市价差策略来理解右边的不等式。买入低执行价K_2的看涨期权，卖出高执行价K_1的看涨期权，相当于构建成一个牛市价差策略，那么根据牛市价差策略的原理，我们可以知道，到期日该策略最大收益为$K_1 - K_2$。若此时付出的成本$C(S,K_2,T) - C(S,K_1,T)$大于$(K_1 - K_2)e^{-r(T-t)}$。那么买入牛市价差必然亏损，而卖出牛市价差则必然获利。因此，对于卖出牛市价差而言，也就存在了套利机会。

凸性套利

对每三个执行价检查凸性($K_1 > K_2 > K_3$), 则有

$$C(S,K_2,T) \leq \frac{K_2 - K_3}{K_1 - K_3} C(S,K_1,T) + \frac{K_1 - K_2}{K_1 - K_3} C(S,K_3,T)$$

假设上面不等式不成立。则有

$$C(S,K_2,T) > \frac{K_2 - K_3}{K_1 - K_3} C(S,K_1,T) + \frac{K_1 - K_2}{K_1 - K_3} C(S,K_3,T).$$

此时，我们可以卖出执行价为K_2的期权，买入$\frac{K_2-K_3}{K_1-K_3}$份执行价为K_1的看涨期权，同时买入$\frac{K_1-K_2}{K_1-K_3}$份执行价为K_2的看涨期权。这时我们将拥有一个正的现金流。类似地，在到期日，我们可分四种情形进行讨论，而对于每种情形，我们发现最终的现金流都是非负的，这样也存在了套利的机会。

持有头寸	当日价值	到期日价值
-K2 期权	$C(S,K_2,T)$	$-\max(S-K_2,0)$
$\frac{K_2-K_3}{K_1-K_3}$份 K1 期权	$-\frac{K_2-K_3}{K_1-K_3}C(S,K_1,T)$	$\frac{K_2-K_3}{K_1-K_3}\max(S-K_1,0)$
$\frac{K_1-K_2}{K_1-K_3}$份 K3 期权	$-\frac{K_1-K_2}{K_1-K_3}C(S,K_3,T)$	$\frac{K_1-K_2}{K_1-K_3}\max(S-K_3,0)$
合计	$C(S,K_2,T) - \frac{K_2-K_3}{K_1-K_3}C(S,K_1,T) - \frac{K_1-K_2}{K_1-K_3}C(S,K_3,T) > 0$	$\frac{K_2-K_3}{K_1-K_3}\max(S-K_1,0) + \frac{K_1-K_2}{K_1-K_3}\max(S-K_3,0) - \max(S-K_2,0) \geq 0$

表 5：凸性套利情况

数据来源：方正中期研究院整理

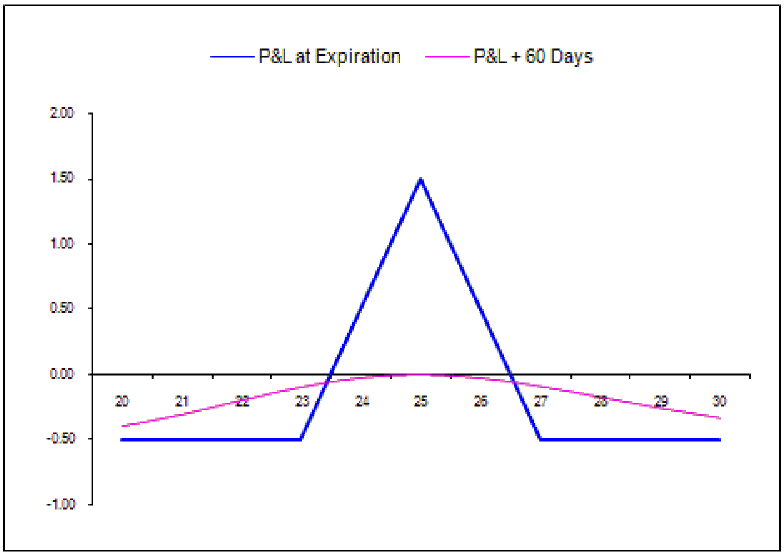

图 4：蝶式价差损益图

数据来源：方正中期研究院整理

在实际交易中，期权凸性性质更多用在期权蝶式套利中。譬如，假设当前某一标的价格为 25，期权合约还有一个月到期。平值看涨期权($K=25$)价格为 5、虚值看涨期权($K=30$)价格为 2.5、实值看涨期权($K=20$)价格为 7。若构建蝶式策略，卖出两个平值看涨期权，同时买入一个虚值看涨和一个实值看涨期权。此时现金流为$5\times 2-2.5-7=0.5>0$。而在到期日，无论标的价格如何变化，蝶式策略必然是正收益。因此，存在套利机会。

事实上，我们也可以套用期权凸性公式：

$$C(S,25,T)=5, C(S,30,T)=2.5, C(S,20,T)=7$$

由于

$$\frac{K_2-K_3}{K_1-K_3}C(S,K_1,T)+\frac{K_1-K_2}{K_1-K_3}C(S,K_3,T)=\frac{5}{10}\cdot 2.5+\frac{5}{10}\cdot 7$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 2.5+\frac{1}{2}\cdot 7<5=C(S,25,T).$$

故上述三个期权组合存在套利机会。

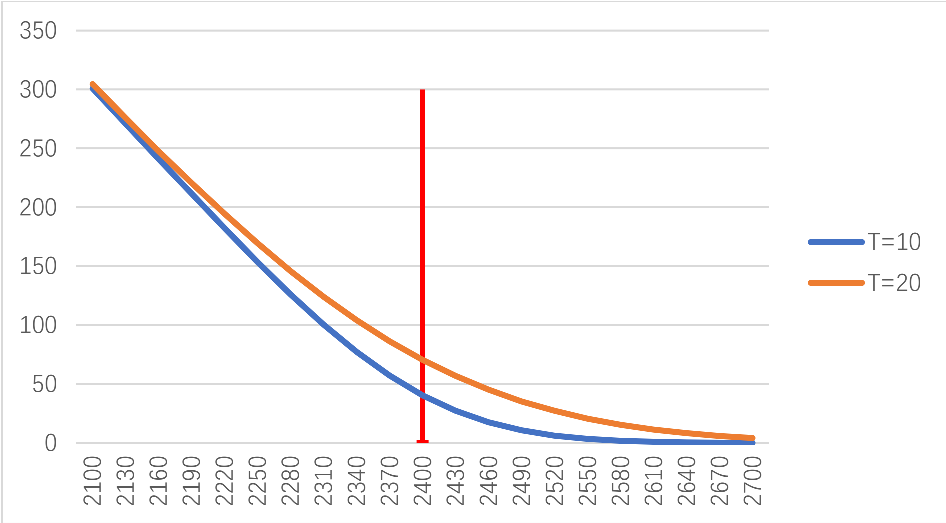

图 5：分执行价期权合约价格

数据来源：方正中期研究院整理

另外我们还可以使用图形来表示期权凸性的性质，对于同一到期日，不同执行价的看涨期权合约价格是下凸，若图中某处存在异变，那么就必然存在套利机会。但在实际交易中，期权价格所呈现凸性敏感度相对较低，此时我们一般借助期权隐含波动率来发现交易中的异常。

	C	IV(右)
3.10	0.338	0.3379
3.20	0.242	0.2996
3.30	0.144	0.213
3.40	0.0621	0.1714
3.50	0.0184	0.1692
3.60	0.006	0.1958
3.70	0.0027	0.2302
3.80	0.0014	0.2637
3.90	0.001	0.3101

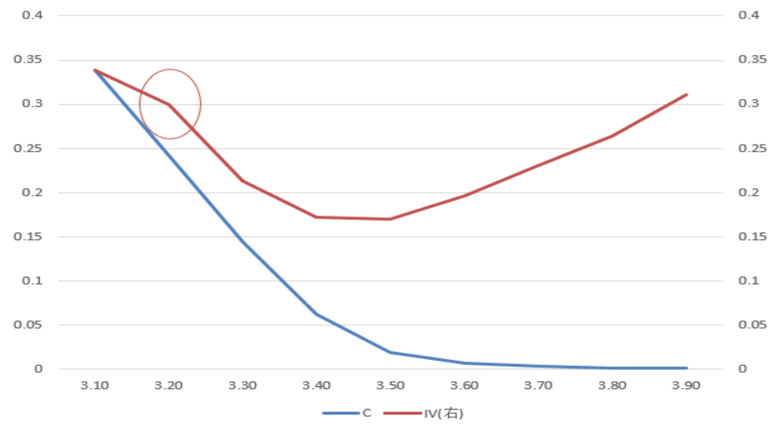

图 6：50ETF 期权行情数据

数据来源：方正中期研究院整理

上面是某一交易日 50ETF 期权近月合约盘中实时行情数据，可以看到右图中蓝色曲线未发现明显异常情况，然而期权隐含波动率却出现异变信号。若我们用执行价 3.1、3.2 和 3.3 三个期权套用凸性公式，发现此时确实存在套利机会。

总结

本文我们主要介绍了期权平价套利、以及看涨期权的边界套利、垂直价差套利以及凸性套利，并分别给出套利的条件。在实际交易中，我们还需要考虑交易手续费以及股票做空的费用。对于看涨期权而言，在逐条检验上文中给出的所有条件后，若没有出现矛盾的结果，那么可以得到结论，这些看涨期权不存在套利机会。对于一个由看涨和看跌期权的投资组合，若其具有相同执行价和到期时间，则可以使用期权平价公式进行检验。如果存在看跌期权，但是缺少相对应的看涨期权，我们则可以先用平价公式推出看涨期权的价格，然后再逐条检验上文给出的所有条件。

行方正 以致远

行情预测说明：
涨：当周收盘价>上周收盘价；
跌：当周收盘价<上周收盘价；
震荡：（当周收盘价-上周收盘价）/上周收盘价的绝对值在 0.5%以内；

联系方式：
方正中期期货研究院
地址：北京市西城区展览路 48 号新联写字楼 4 楼
　　　北京市朝阳区东三环北路 38 号院 1 号楼泰康金融大厦 22 层
电话：010-85881117
传真：010-68578687
邮编：100037