

股指期货定价的基本原理

研究所 金融期货研究部

2020年3月26日

目 录

1

股指期货定价理论

2

理论定价下的套利策略

3

股指期货的理论价格测算

定价原理：无套利定价理论

- 当两项资产的价格存在差异时，投资者可以通过“买低卖高”获取无风险收益，即存在套利机会。如果市场是有效率的话，市场价格必然由于套利行为做出相应的调整，重新回到均衡的价格状态，套利机会随之消失。

说明

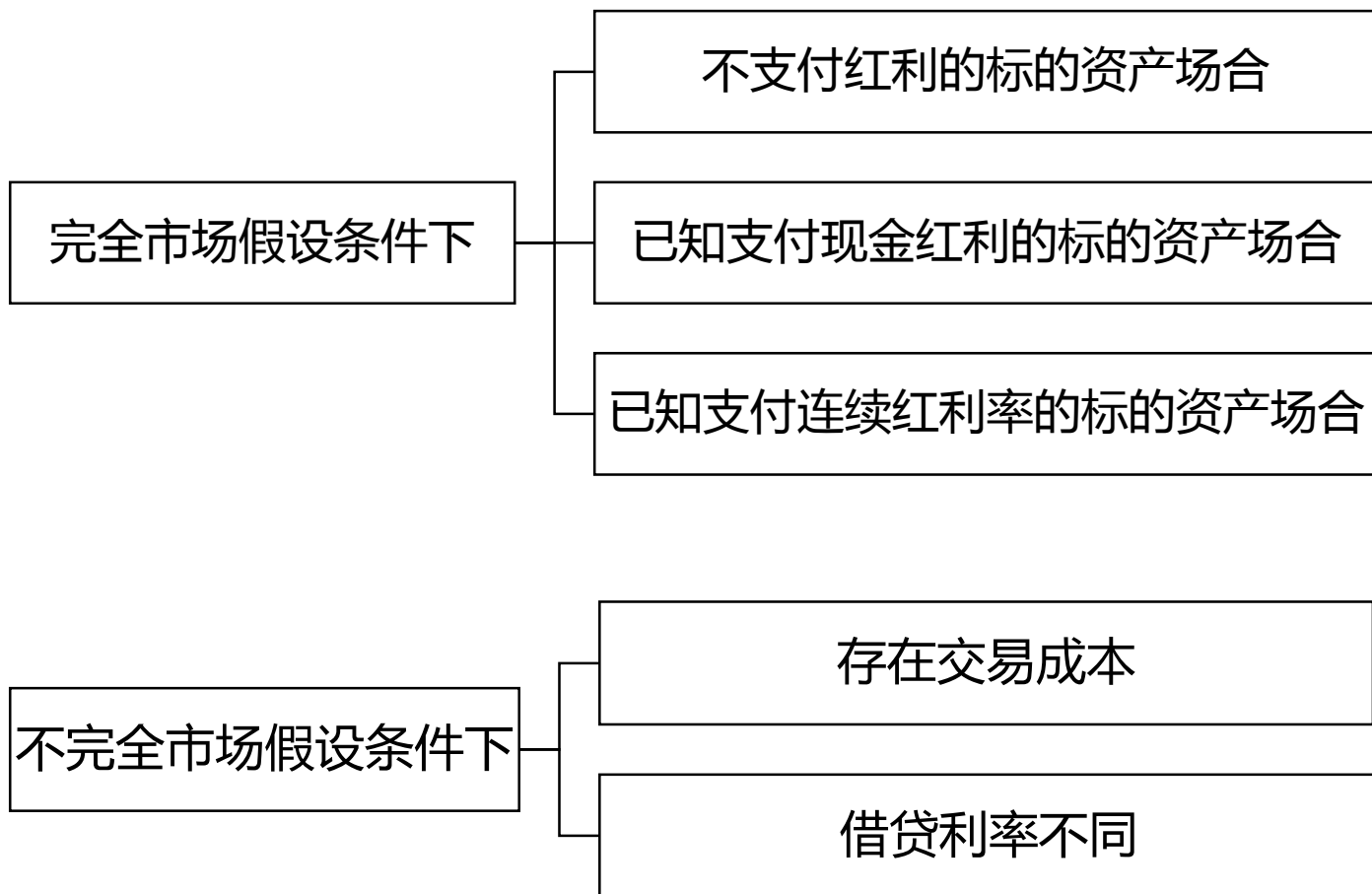
- 投资者希望在T时获得1单位资产，他可采用两种组合产品达到投资目标。
- 组合产品A：持有价格为 F_0 的1单位资产期货合约多头，同时将 $F_0 e^{-rT}$ 资金按照无风险利率 r 贷出（即该资金在T时点会变为 F_0 ）；
- 组合产品B：购买1单位资产 S_0 ，持有至到期日T。
- 在到日期T，不论标的资产处于何种状态，组合产品A中的期货合约交割，获得1单位资产，该结果和组合产品B相同。根据无套利定价思想，在合约期初二者的价格相等，即：

$$0 + F_0 e^{-rT} = S_0 ,$$

$$\text{得 } F_0 = S_0 e^{rT}$$

其中，F为期货价格，S为现货价格，r为无风险利率，T为持有时间。

定价分析



完全市场假设下的定价：不支付红利的标的资产

■ 权益资产的远期价格

1) 不支付红利的标的资产场合

权益类标的资产通常为单个股票或股票指数。不支付红利的标的资产没有持有收益，持有成本也只包括购买标的资产所需资金的利息成本，因此，其远期价格定价公式最简单，即：

$$F_t = S_t e^{r(T-t)}$$

其中， F_t 为t时刻期货价格， S_t 为t时刻现货价格， r 为无风险利率， T 为到期时间， t 为初始时间。

在t时刻建立期货头寸，以复利计算，经过 $(T-t)$ 期，股票现货的价格即为 $S_t e^{r(T-t)}$ 。

在期货合约订立初期， $t=0$ 时，期货价值 f 为零。此时，期货的价格 F 应等于标的资产在 T 时刻的交割价格 K ，即 $F_0 = K = S_0 e^T$ 。

某投资者签订了一份期限为9个月的沪深300指数远期合约，该合约签订时沪深300指数为3000点，无风险连续利率为6%，则该远期合约的价格是多少？

解析：合约签订时该远期合约的价格为：

$$F_0 = S_0 e^T = 3000 * e^{6\%*9/12} \approx 3138 \text{点}$$

完全市场假设下的定价：已知支付现金红利的标的资产

■ 权益资产的远期价格

2) 已知支付现金红利的标的资产场合

设在 $(T-t)$ 期间，所有支付的现金红利（如股利）在 t 时刻的折现值之和为 D_t 。此时远期价格定价公式转化为：

$$F_t = (S_t - D_t)e^{r(T-t)}$$

其中， F_t 为 t 时刻期货价格， S_t 为 t 时刻现货价格， D_t 为所有支付的现金红利（如股利）在 t 时刻的折现值之和， r 为无风险利率， T 为到期时间， t 为初始时间。

某投资者签订了一份期限为9个月的沪深300指数远期合约，该合约签订时沪深300指数为3000点，未来9个月支付现金红利的折现值为100，无风险连续利率为6%，则该远期合约的价格是多少？

解析：合约签订时该远期合约的价格为：

$$F_0 = (S_0 - D_0) e^{rT} = (3000 - 100) * e^{(6\%)*9/12} \approx 3033.5 \text{ 点}$$

完全市场假设下的定价：已知支付连续红利率的标的资产

■ 权益资产的远期价格

3) 已知支付连续红利率的标的资产场合

设标的资产支付的连续红利率为 q ,此时远期价格定价公式为：

$$F_t = S_t e^{(r-q)(T-t)}$$

其中， F_t 为 t 时刻期货价格， S_t 为 t 时刻现货价格， q 为标的资产支付的连续红利率， r 为无风险利率， T 为到期时间， t 为初始时间。

某投资者签订了一份期限为9个月的沪深300指数远期合约，该合约签订时沪深300指数为3000点，年股息连续收益率为3%，无风险连续利率为6%，则该远期合约的价格是多少？

解析：合约签订时该远期合约的价格为：

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T} = 3000 * e^{(6\%-3\%)*9/12} \approx 3068.3 \text{ 点}$$

不完全市场假设下的定价：存在交易成本

- 现实中，完全市场的一些假设无法得到满足，持有成本模型将会从定价公式变为定价区间。

- **存在交易成本** **不支付红利的情况**

假设每笔交易的费率为Y，那么期货的价格区间为

$$\left[S_t e^{r(T-t)} (1 - Y), S_t e^{r(T-t)} (1 + Y) \right]$$

这个区间又称为无套利区间，当期货的实际价格高于区间上限时，可以买入现货同时卖出期货进行套利。当期货的实际价格低于区间下限时，可以买入期货同时卖出现货进行套利。

假设沪深300指数价格为4000点，借款利率为8%，贷款利率为6%，交易费率为0.5%。求1个月后结算的沪深300股指期货的价格区间。

解析：价格区间上限为： $S_t e^{r_b(T-t)} (1 + Y) = 4000 * (1 + 0.5%) * e^{0.08 * 1/12}$

$$\approx 4047$$

价格区间下限为： $S_t e^{r_l(T-t)} (1 - Y) = 4000 * (1 - 0.5%) * e^{0.06 * 1/12}$

$$\approx 4000$$

不完全市场假设下的定价：借贷利率不同

■ 借贷利率不同 不支付红利的情况

设借款利率为 r_b ，贷款利率为 r_l ，对非银行机构的一般投资者来说，期货的价格区间为：

$$\left[S_t e^{r_l(T-t)} (1 - Y), S_t e^{r_b(T-t)} (1 + Y) \right]$$

当现货资产存在卖空限制时，设卖空现货需要的保证金是卖空量的一个固定比例K，那么期货的价格区间为：

$$\left[S_t e^{r_l(T-t)} (1 - Y) (1 - K), S_t e^{r_b(T-t)} (1 + Y) \right]$$

假设沪深300指数价格为4000点，借款利率为8%，贷款利率为6%，交易费率为0.5%，卖空沪深300股指期货的保证金为10%。求1个月后结算的沪深300股指期货的价格区间。

解析：价格区间上限为： $S_t e^{r_b(T-t)} (1 + Y) = 4000 * (1 + 0.5%) * e^{0.08 * 1/12}$

$$\approx 4047$$

价格区间下限为： $S_t e^{r_l(T-t)} (1 - Y) (1 - K) = 4000 * (1 - 0.5%) * e^{0.06 * 1/12} * (1 - 10\%)$

$$\approx 3600$$

目 录

1

股指期货定价理论

2

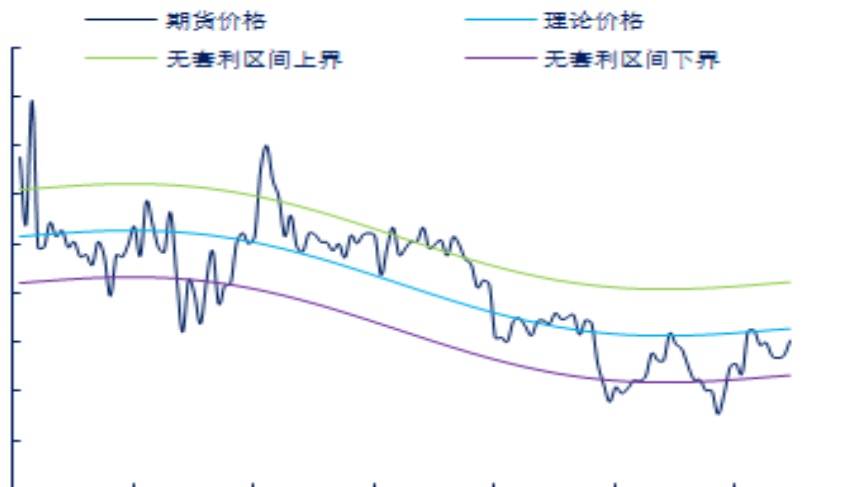
理论定价下的套利策略

3

股指期货的理论价格测算

基于理论定价的期现套利

- ❖ 股指期货合约是以股票价格指数作为标的物的金融期货合约，期货指数和现货指数（如沪深300指数期货合约和沪深300指数）之间理论上应存在一种故有的平价关系，**某时刻股指期货合约的理论价格应该等于在该时刻标的指数价格加上持有该投资组合到截止日的总成本**。但是，受非理性因素的影响，股指期货的市场价格常常偏离理论价格，并围绕其上下波动。一旦这种偏离超过一定范围，即无套利定价区间的上限或下限，便产生了套利机会。
- ❖ 由于套利是在期、现两个市场同时反向操作，利润提前锁定，因此，常常将期现套利称为无风险套利。在实际操作中判断是否存在期现套利机会时，正确依据现货指数来确定股指期货理论价格，依据交易成本等来确定无套利区间非常关键。只有当实际的股指期货价格高于或低于无套利区间的上界或下界时，才能够获利。如果股指期货合约价格落在无套利区间内，套利交易不但得不到利润，反而可能导致亏损。

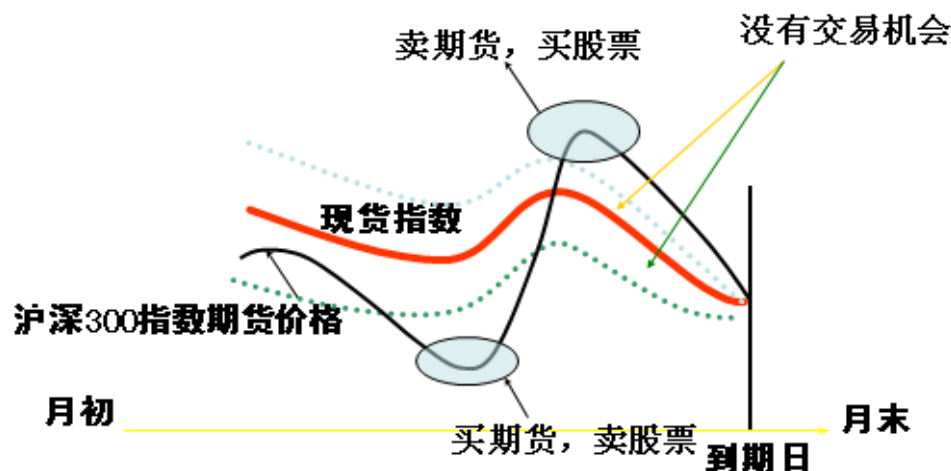


资料来源：申万期货研究所

如果市场价格和理论价格不一致，理论上存套利机会

• 期现套利

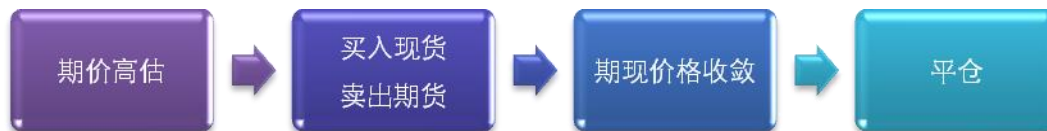
- 当基差（现货与期货价格差）不符合理论价值时，投资者可以使用指数套利的策略
- 当期货价格高于理论价格时，可以采用卖出期货，买入现货的策略，等期货价格回归时同时结清头寸，通过短期套利交易获利
- 当期货价格低于理论价格时，可以采用卖出现货，买入期货的策略，等期货价格回归时同时结清头寸，通过短期套利交易获利
- 套利交易是期货与现货价格关系的纽带，也是期货产品价值发现功能实现的重要基础，有助于增加市场深度，减少价格操纵，活跃交易



期现正向套利和反向套利

- ❖ **正向套利**：对于期现套利的交易者，当股指期货合约的市场价格高于其理论价格，即期价高估时，交易者可以通过卖出股指期货同时买入对应的现货股票，待现货价格和期货价格收敛时平仓即可赚取期指交易价格与期指理论价格的价差，这种操作称为“正向套利”。
- ❖ **反向套利**：另一种相反的情况，当股指合约的市场价格低于其理论价格时，即期价低估时，交易者可以通过买入股指期货的同时卖出对应的现货股票完成套利，这种操作称为“反向套利”。
- ❖ 常见的现货组合构建方法：**1) 完全复制法**：按照股指期货标的指数的构成及权重比例构建现货组合；**2) 一揽子股票法**：考虑到完全复制法的实用性较低，实际中更常使用部分样本股票来构建现货组合。**3) ETF替代法**：ETF自身存在二级市场交易价格和净值不一致的情况，故还可进行折溢价套利，并使用股指期货对冲风险。

正向套利 操作流程

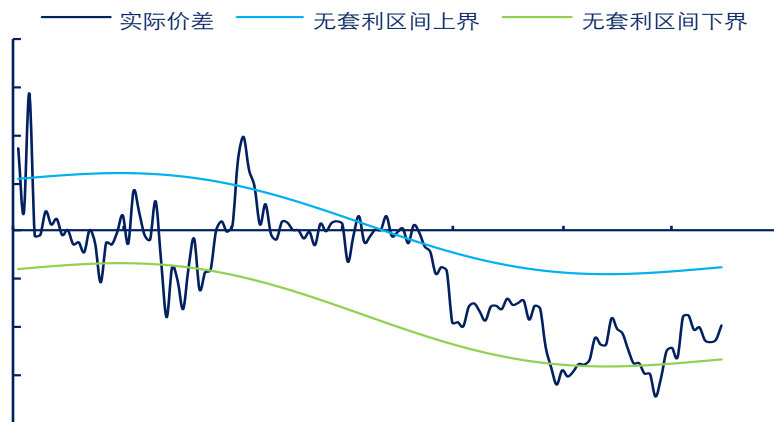


反向套利 操作流程



跨期套利：定义、原理与风险

- ❖ **股指期货跨期套利**：是指投资者在同一市场，利用同一股指期货，但不同交割月份的期指合约价差变化，买入某一交割月份股指合约并卖出某一交割月份股指合约的套利活动。当价差过高或过低时，投资者相应的卖出或买入合约，使得价差回归至合理区间。
- ❖ **基本原理**：中金所上市的三种股指期货，分别是沪深300指数期货、上证50指数期货和中证500指数期货，合约月份均为当月、下月及随后两个季月。在市场稳定的情况下，由于四个合约基于同一指数，其价差应该是稳定的。而跨期套利，基于不同合约价格及价差的变动，当价差出现显著性波动时，就会产生套利机会。
- ❖ 由于价差的不确定性，投资者需对所持合约价差及运行趋势做出预测，当价差运行趋势与其预测一致，则跨期套利为盈利，否则为亏损。而由于所持合约基于同一指数，具有同涨同跌性，因此能够对冲大部分风险，使得所承担风险远远小于单边交易的投机交易。
- ❖ **风险**：价差风险、流动性风险、强平风险

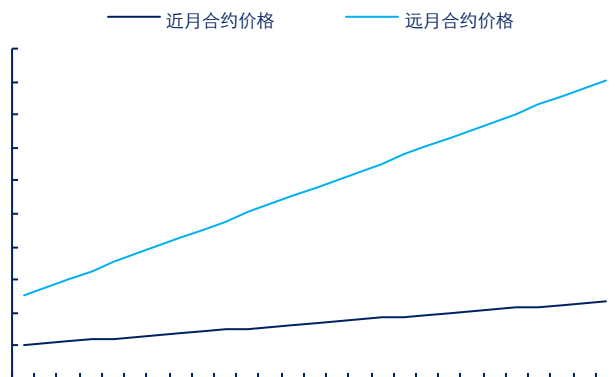


资料来源：申万期货研究所

跨期套利交易类型：牛市套利与熊市套利

- ❖ **牛市套利**：即执行卖近买远策略。投资者判断远月合约涨幅大于近月合约涨幅，或远月合约跌幅小于近月合约跌幅，则买入远月合约，同时卖出近月合约。
- ❖ 从价差角度分析，投资者看多股市，认为远月合约与近月合约价差将变大。从合约价值判断的角度分析，投资者认为远月合约价格应当高于当前远月合约价格，其价格被低估。因此，投资者选择卖近买远策略。

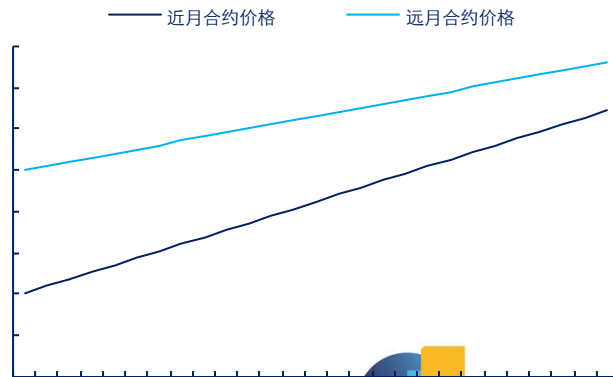
牛市套利情形



资料来源：申万期货研究所

- ❖ **熊市套利**：即执行买近卖远策略。投资者判断近月合约涨幅大于远月合约涨幅，或近月合约跌幅小于远月合约跌幅，则买入近月合约，同时卖出远月合约。
- ❖ 从价差角度分析，熊市套利与牛市套利相反，投资者看空股市，认为远月合约与近月合约价差将变小。从合约价值判断的角度分析，投资者认为远月合约价格应当低于当前远月合约价格，其价格被高估。因此，投资者选择买近卖远策略。

熊市套利情形

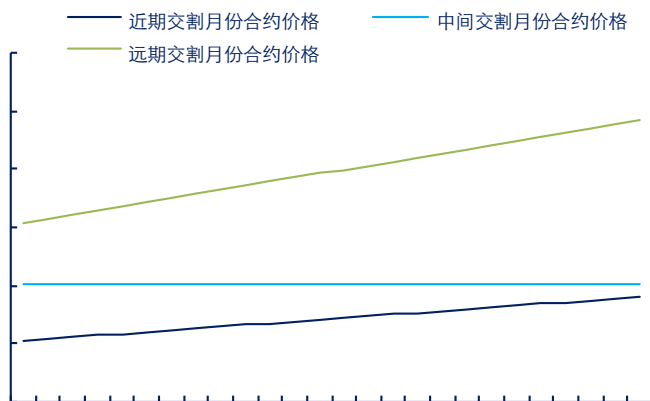


申银万国期货
SHENYIN & WANGUO FUTURES

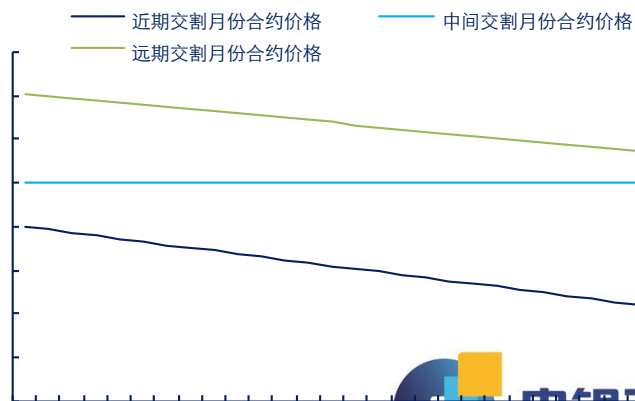
跨期套利交易类型：蝶式套利

- ❖ **蝶式套利**，即利用三个不同交割月份的合约，通过中间交割月份合约与前后两个交割月份合约的价差进行套利。由两个方向相反、共享中间交割月份合约的跨期套利组合，其中中间交割月份合约数量等于其他两个交割月份合约数量之和。蝶式套利必须同时下达三个买卖指令。蝶式套利主要分为多头蝶式套利和空头蝶式套利。
- ❖ **多头蝶式套利**，即执行买入近期交割月份合约，卖出中间交割月份合约，并买入远期交割月份合约的策略。相当于在近期交割月份和中间交割月份之间进行熊市套利，在中间交割月份和远期交割月份之间进行牛市套利。
- ❖ **空头蝶式套利**，即执行卖出近期交割月份合约，买入中间交割月份合约，并卖出远期交割月份合约的策略。相当于在近期交割月份和中间交割月份之间进行牛市套利，在中间交割月份和远期交割月份之间进行熊市套利。

多头蝶式套利情形



空头蝶式套利情形



目 录

1

股指期货的定价理论

2

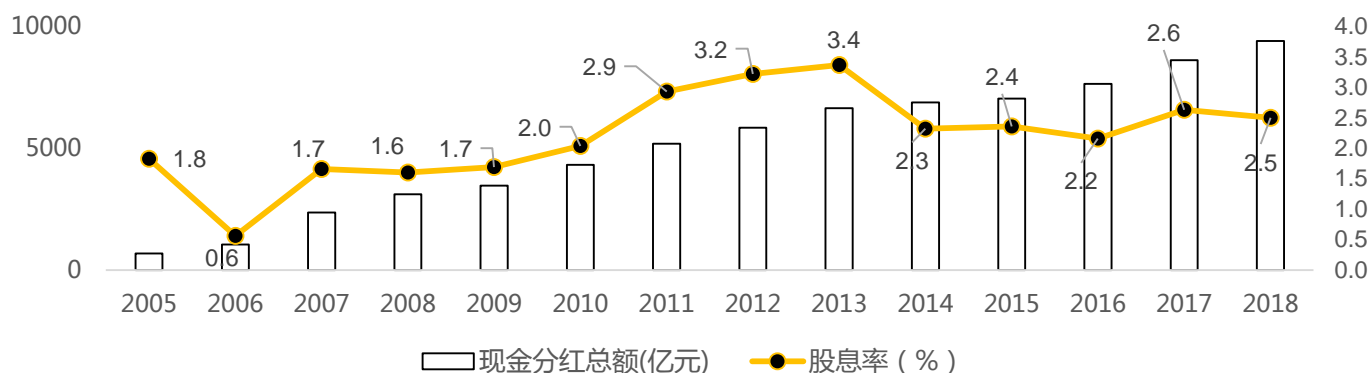
理论定价下的套利策略

3

股指期货的理论价格测算

2018年沪深300指数股息率为2.5%

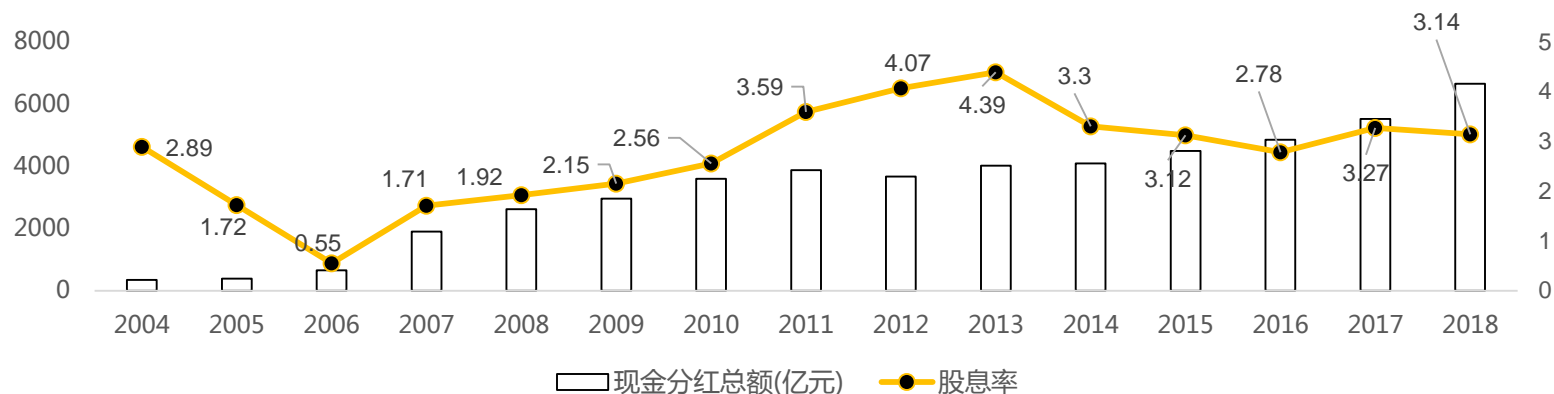
沪深300指数成分股股息率



年度	股息率 (%)	现金分红总额(亿元)	股息支付率	分红公司数量
2005	1.8	671.12	41.82	192
2006	0.6	1,044.37	33.61	232
2007	1.7	2,357.98	32.43	240
2008	1.6	3,113.99	41.84	239
2009	1.7	3,464.85	36.76	244
2010	2.0	4,312.97	30.73	251
2011	2.9	5,192.30	31.67	251
2012	3.2	5,842.42	34.24	266
2013	3.4	6,650.34	33.38	278
2014	2.3	6,878.77	32.44	272
2015	2.4	7,042.81	32.09	268
2016	2.2	7,639.51	35.11	272
2017	2.6	8,616.04	33.55	280
2018	2.5	9,411.78	33.3	272

2018年上证50指数股息率为3.1%

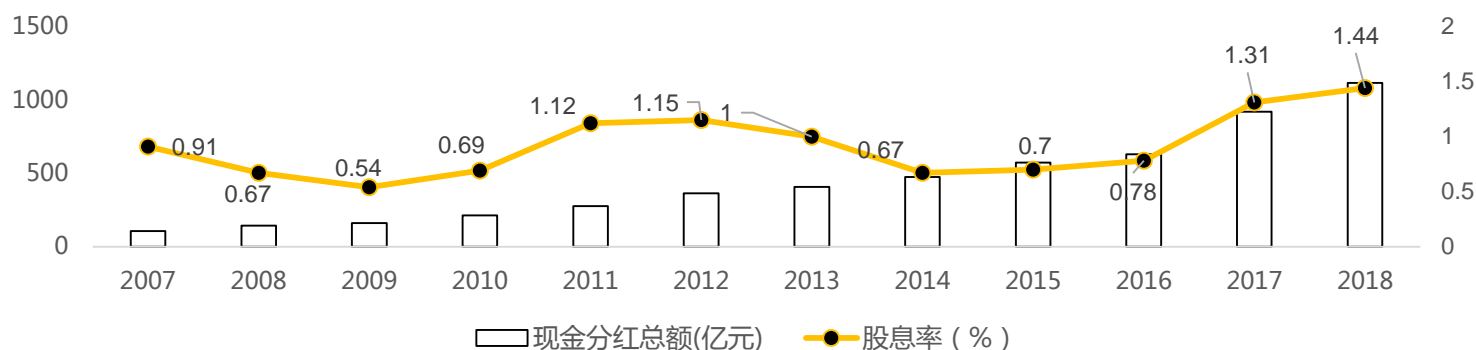
上证50指数成分股股息率



年度	股息率	现金分红总额(亿元)	股息支付率	分红公司数量
2004	2.89	344.25	40.72	40
2005	1.72	390.46	37.79	43
2006	0.55	656.91	29.36	45
2007	1.71	1,903.92	33.47	46
2008	1.92	2,624.58	42.4	43
2009	2.15	2,962.82	38.72	42
2010	2.56	3,597.60	32.19	49
2011	3.59	3,877.55	32.94	48
2012	4.07	3,671.14	34.5	48
2013	4.39	4,021.21	33.79	46
2014	3.3	4,090.18	32.1	47
2015	3.12	4,487.96	30.37	48
2016	2.78	4,849.95	34.35	47
2017	3.27	5,519.85	34.22	49
2018	3.14	6,654.96	33.11	50

2018年中证500指数股息率为1.4%

中证500指数成分股股息率



年度	股息率 (%)	现金分红总额(亿元)	股息支付率	分红公司数量
2007	0.91	106.66	24.43	278
2008	0.67	143.78	41.41	295
2009	0.54	160.34	31.06	305
2010	0.69	214.06	24.86	318
2011	1.12	275.3	28.2	347
2012	1.15	363.51	40	373
2013	1	406.22	31.61	410
2014	0.67	475.2	32.07	407
2015	0.7	571.8	40	396
2016	0.78	629.67	31.78	413
2017	1.31	919.91	30.67	423
2018	1.44	1,116.28	40.38	373

IF期货品种的理论期货价格

2020年3月25日沪深300指数价格为3722.52点，借款利率为8%，贷款利率为6%，股息率为2.5%，交易费率为0.05%，卖空沪深300股指期货的保证金为10%。求当月（1个月）、下月（2个月）、季月（3个月）、下季月（6个月）的沪深300股指期货的理论价格区间。

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【当月】}$$
$$= 3722.52 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.025) * 1/12}$$
$$\approx 3741.49$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{(r_l - q)(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 3722.52 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.025) * 1/12} * (1 - 10\%)$$
$$\approx 3358.37$$

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【下月】}$$
$$= 3722.52 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.025) * 2/12}$$
$$\approx 3758.68$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{r_l(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 3722.52 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.025) * 2/12} * (1 - 10\%)$$
$$\approx 3368.18$$

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【季月】}$$
$$= 3722.52 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.025) * 3/12}$$
$$\approx 3775.95$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{(r_l - q)(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 3722.52 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.025) * 3/12} * (1 - 10\%)$$
$$\approx 3378.02$$

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【下季月】}$$
$$= 3722.52 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.025) * 6/12}$$
$$\approx 3828.22$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{(r_l - q)(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 3722.52 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.025) * 6/12} * (1 - 10\%)$$
$$\approx 3407.71$$

IH期货品种的理论期货价格

2020年3月25日上证50指数价格为2700.19点，借款利率为8%，贷款利率为6%，股息率为3.1%，交易费率为0.05%，卖空上证50股指期货的保证金为10%。求当月（1个月）、下月（2个月）、季月（3个月）、下季月（6个月）的上证50股指期货的理论价格区间。

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【当月】}$$
$$= 2700.19 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.031) * 1/12}$$
$$\approx 2712.59$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{(r_l - q)(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 2700.19 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.031) * 1/12} * (1 - 10\%)$$
$$\approx 2434.83$$

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【下月】}$$
$$= 2700.19 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.031) * 2/12}$$
$$\approx 2723.69$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{r_l(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 2700.19 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.031) * 2/12} * (1 - 10\%)$$
$$\approx 2440.72$$

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【季月】}$$
$$= 2700.19 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.031) * 3/12}$$
$$\approx 2734.84$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{(r_l - q)(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 2700.19 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.031) * 3/12} * (1 - 10\%)$$
$$\approx 2446.63$$

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【下季月】}$$
$$= 2700.19 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.031) * 6/12}$$
$$\approx 2768.55$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{(r_l - q)(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 2700.19 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.031) * 6/12} * (1 - 10\%)$$
$$\approx 2464.43$$

IC期货品种的理论期货价格

2020年3月25日中证500指数价格为5217.42点，借款利率为8%，贷款利率为6%，股息率为1.4%，交易费率为0.05%，卖空沪深300股指期货的保证金为12%。求当月（1个月）、下月（2个月）、季月（3个月）、下季月（6个月）的中证500股指期货的理论价格区间。

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【当月】}$$
$$= 5217.42 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.014) * 1/12}$$
$$\approx 5248.82$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{(r_l - q)(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 5217.42 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.014) * 1/12} * (1 - 12\%)$$
$$\approx 4606.66$$

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【下月】}$$
$$= 5217.42 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.014) * 2/12}$$
$$\approx 5277.77$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{r_l(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 5217.42 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.014) * 2/12} * (1 - 12\%)$$
$$\approx 4624.35$$

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【季月】}$$
$$= 5217.42 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.014) * 3/12}$$
$$\approx 5306.87$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{(r_l - q)(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 5217.42 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.014) * 3/12} * (1 - 12\%)$$
$$\approx 4642.11$$

解析：价格区间上限：

$$S_t e^{(r_b - q)(T-t)} (1 + Y) \quad \text{【下季月】}$$
$$= 5217.42 * (1 + 0.05\%) * e^{(0.08 - 0.014) * 6/12}$$
$$\approx 5395.16$$

价格区间下限为：

$$S_t e^{(r_l - q)(T-t)} (1 - Y) (1 - K)$$
$$= 5217.42 * (1 - 0.05\%) * e^{(0.06 - 0.014) * 6/12} * (1 - 12\%)$$
$$\approx 4695.80$$

免责声明

本报告的信息均资料来源于公开资料，本公司对这些信息的准确性和完整性不作任何保证，也不保证所包含的信息和建议不会发生任何变更。我们力求报告内容的客观、公正，但文中的观点、结论和建议仅供参考，报告中的信息或意见并不构成所述品种的买卖出价，投资者据此做出的任何投资决策与本公司无关。

本报告所涵括的信息仅供交流研讨，投资者应合理合法使用本报告所提供的信息、建议，不得用于未经允许的其他任何用途。如因投资者将本报告所提供的信息、建议用于非法目的，所产生的一切经济、法律责任均与本公司无关。

本报告的版权归本公司所有。本公司对本报告保留一切权利，未经本公司书面许可，任何机构和个人不得以任何形式翻版、复制和发布。如引用、刊发，需注明出处为申银万国期货，且不得对本报告进行有悖原意的引用、删节和修改。